

 Innovamat



Le operazioni di base

Tutto ciò che non vedi
di addizioni, sottrazioni,
moltiplicazioni
e divisioni



Prologo

Inutile dire che fare matematica non si riduce al semplice calcolo delle operazioni. Ma **cosa è più importante per l'apprendimento di questa parte fondamentale della matematica**: capire cosa stiamo facendo, ottenere il risultato corretto o completare i calcoli in tempi ragionevoli?

In realtà, questi tre obiettivi non si escludono a vicenda, al contrario sono **tutti indispensabili e interconnessi**.

Comprendere è fondamentale in qualsiasi ambito dell'apprendimento. Altrettanto importante, è **ottenere il risultato corretto** e, con la pratica, **sviluppare l'agilità** di calcolo, un aspetto fondamentale per raggiungere la **fluidità aritmetica**.

Questo equilibrio si ottiene attraverso la **costruzione delle conoscenze**, la conversazione, la scoperta guidata e la **pratica**. Un mix di elementi che ci permette di sviluppare fluidità.

In questo contesto, **il ruolo dell'insegnante come guida è indispensabile**: da un lato, aiuta a **scoprire** le strategie in modo **chiaro e trasparente** e dall'altro, si assicura che gli alunni **consolidino i contenuti**, incoraggiandoli a uscire dalla loro zona di comfort.

Cos'è la fluidità?

La fluidità è l'abilità di lavorare con numeri, operazioni e procedimenti complessi con agilità.

Questa abilità non si limita alla rapidità di esecuzione, ma richiede anche **efficienza e flessibilità** nella scelta della strategia più appropriata, adattandola al contesto e ai numeri coinvolti.

Per questo motivo, in classe è importante promuovere la costruzione di un **ampio spettro di strategie** che assicuri lo sviluppo del ragionamento e della flessibilità. Ciascuna delle strategie fa riferimento a una **sequenza di apprendimento** basata sul **modello CRA (Concreto, Rappresentativo, Astratto)** che ne assicura la comprensione e l'assimilazione. Queste sono le fasi della sequenza:

1. Si parte dalla manipolazione di diversi materiali (fase concreta).
2. Si rappresenta su carta quanto fatto in modo manipolativo (fase rappresentativa).
3. Si passa alle rappresentazioni astratte, ad esempio all'uso degli algoritmi (fase astratta).

Apprendimento significativo delle operazioni di base

L'apprendimento della matematica (soprattutto della parte numerica) ha una struttura gerarchica: è necessario esplorare un contenuto per passare a quello successivo. **Le operazioni di base** (addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione) **sono fondamentali** in questo processo, poiché aprono la strada a concetti più avanzati di numerazione e/o algebra.

Al di là degli algoritmi, la padronanza di ogni operazione di base implica la comprensione del suo significato e delle strategie che possono essere utilizzate per risolverla.

Ogni operazione è come un iceberg: **ciò che vediamo in superficie è solo una piccola parte della sua complessità**. Tutto ciò che resta sott'acqua sostiene e dà significato all'operazione.

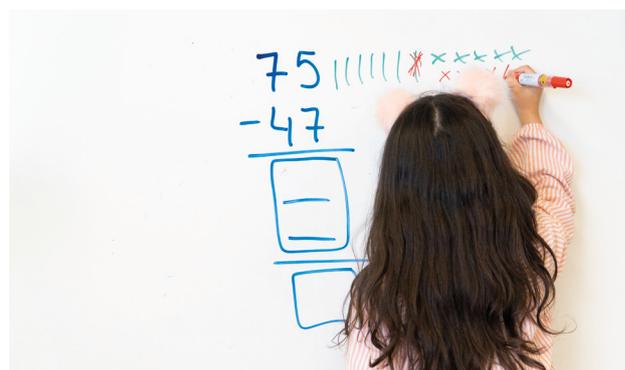
Abbiamo quindi ideato un e-book che riassume in modo sintetico e visivo tutto ciò che si nasconde dietro l'apprendimento delle operazioni di base:

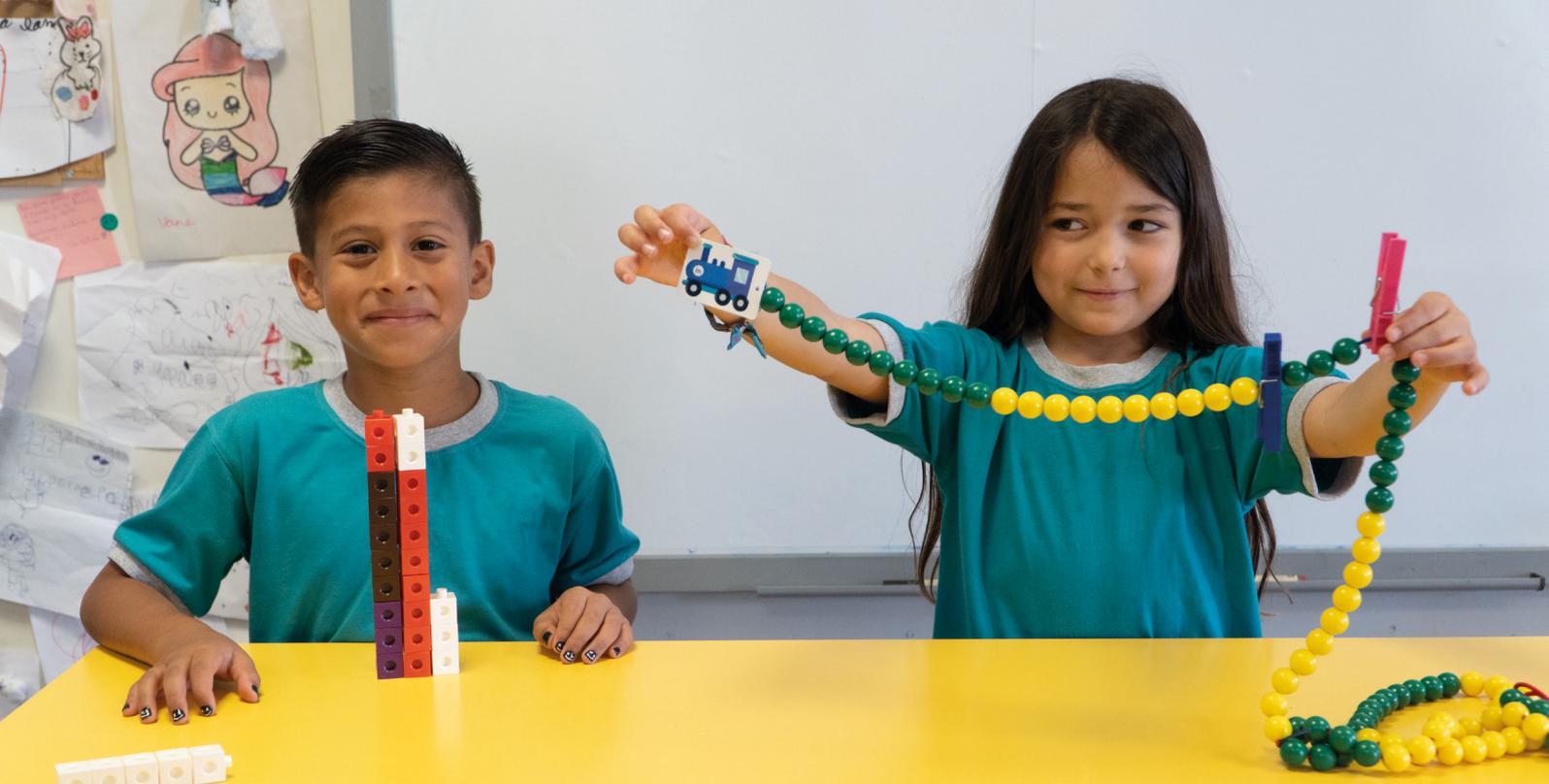
- Cosa significa sommare, sottrarre, moltiplicare e dividere.
- Quali strategie proponiamo per risolvere ogni operazione.
- A quale sequenza di apprendimento, basata sul modello CRA, fa riferimento ogni strategia.

L'analisi di questi aspetti ci permetterà di essere più **flessibili ed efficienti**, mentre la pratica sarà fondamentale per acquisire la rapidità di calcolo, un aspetto che approfondiremo più avanti.

Per il momento, ti invitiamo a immergerti ed esplorare questa risorsa per trasformare l'apprendimento di ogni operazione in un'opportunità per pensare, capire e fare progressi.

Cominciamo!





Riferimenti bibliografici

Bruner, J. S. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Cambridge: Harvard University Press.

Carpenter, T. P., et al. (1999). *Las matemáticas que hacen los niños: la enseñanza de las matemáticas desde un enfoque cognitivo*. Traduzione di Castro Hernández, C. & Alonso, M.L. L.

Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. G., e Chinn, C. A. (2007). Scaffolding achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist*, 42, 99-107. <https://doi.org/10.1080/00461520701263368>

Tall, D. (1993) Success and failure in mathematics: the flexible meaning of symbols as process and concept. *Mathematics Teaching*, (Vol. 14, pp. 6-10). ISSN 0025-5785.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2008). *Children learn mathematics: Learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school. Dutch design in mathematics education*, V: 1. Utrecht: Freudenthal Institute, Sense Publishers.

Addizione e sottrazione

Calvo, C., e Barba, D. (2005). *3×6.mat, Cuadernos de estrategias de cálculo*. Barcelona.

Plunkett, S. (1979). Decomposition and all that rot. *Mathematics in School*, 8(3), 2-5.

Purpura, D. J., Baroody, A. J., Eiland, M. D., e Reid, E. (2016). Fostering first graders' reasoning strategies with basic sums: The value of guided instruction. *Elementary School Journal*, 117(1), 72-100. <https://doi.org/10.1086/687809>

Schneider, M., Merz, S., Stricker, J., De Smedt, B., Torbeyns, J., Verschaffel, L., e Luwel, K. (2018). Associations of number line estimation with mathematical competence: A meta-analysis. *Child Development*, 89, 1467-1484. <https://doi.org/10.1111/cdev.13068>

Torbeyns, J., Verschaffel, L., y Ghesquière, P. (2001). Investigating young children's strategy use and task performance in the domain of simple addition, using the "choice/no choice" method. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 273-278).

Moltiplicazione

Bay-Williams, J., y Kling, G. (2019). *Math fact fluency: 60+ Games Assessment Tools to Support Learning and Retention*. ASCD.

Bay-Williams, J. M., y SanGiovanni, J. J. (2021). *Figuring out fluency: Mathematics teaching and learning, grades K-8: Moving beyond basic facts and memorization* (1ª ed.). Corwin.

Calvo, C., e Barba, D. (2005). *3×6.mat, Cuadernos de estrategias de cálculo*. Barcelona.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2002), Realistic mathematics education as work in progress, en: FOU-LAI LIN (eds.), *Common Sense in Mathematics Education*.

Divisione

Calvo, C., e Barba, D. (2005). *3×6.mat, Cuadernos de estrategias de cálculo*. Barcelona.

Ifráh, G. (1998). *Historia universal de las cifras: la inteligencia de la humanidad contada por los números y el cálculo* (pp. 437, 1311). Madrid: Espasa, D. L.

Sarramona, J. e Pintó, C. (2000). Identificació de les competències bàsiques en l'ensenyament obligatori. *Barcellona: Consejo Superior de Evaluación del Sistema Educativo del Departamento de Educación de la Generalitat de Cataluña*.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2002), Realistic mathematics education as work in progress, en: FOU-LAI LIN (eds.), *Common sense in Mathematics*.

L'addizione

$$48 + 28 =$$



COMPNDERE IL CONCETTO DI ADDIZIONE

Unire

Aggiungere

+28

Relazione addizione-sottrazione

| | | |
|----------------|---------------------|----------------|
| $76 - 28 = 48$ | 76 | $76 - 48 = 28$ |
| $48 + 28 = 76$ | 28 48 | $28 + 48 = 76$ |

SAPER SVOLGERE L'OPERAZIONE CON FLUIDITÀ

Automatizzazione delle addizioni con numeri di una cifra

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1+1 | 1+2 | 1+3 | 1+4 | ... |
| 2+1 | 2+2 | 2+3 | 2+4 | ... |
| 3+1 | 3+2 | 3+3 | 3+4 | ... |
| 4+1 | 4+2 | 4+3 | 4+4 | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... |

CALCOLO ESATTO

Strategia dei salti

Strategia della scomposizione

| |
|----|
| 60 |
| 16 |
| 76 |

Ricerca di equivalenze
(Fatti conosciuti - fatti derivati)

| | |
|-----------------|-----|
| $48 + 28 = ?$ | |
| ↓+2 ↓+2 ↓+4 | |
| $50 + 30 = 80$ | ... |
| ↓-2 ↓-2 ↓-4 | |
| $48 + 28 = 76$ | |

CALCOLO DELLA STIMA

Stime

| |
|---------------------------|
| $48 + 28 \approx 50 + 30$ |
| ↓ |
| $48 + 28 \approx 80$ |

| |
|-------------------------------|
| $45 + 25 < 48 + 28 < 50 + 30$ |
| $70 < 48 + 28 < 80$ |



Cosa sono le addizioni?

L'addizione è la prima operazione di base che si impara nella Scuola primaria. È un'operazione onnipresente, la più usata in molte situazioni di vita quotidiana. Prima di iniziare a risolvere le addizioni, è importante **comprendere cosa significa sommare**. A tal fine, proponiamo diverse situazioni e contesti in aula che permettono di comprendere il loro significato.

Alcune situazioni si basano sull'ottenimento del risultato attraverso l'**aggiunta elementi a una quantità iniziale** o l'**unione di diversi gruppi di elementi**.

Come risolviamo le addizioni?

Padroneggiare il calcolo delle addizioni non significa solo saper applicare un algoritmo. Sebbene gli alunni raggiungeranno il consolidamento dell'algoritmo standard, in classe sviluppiamo **diverse strategie** per affrontare le operazioni con criterio e flessibilità.

Queste strategie sono:

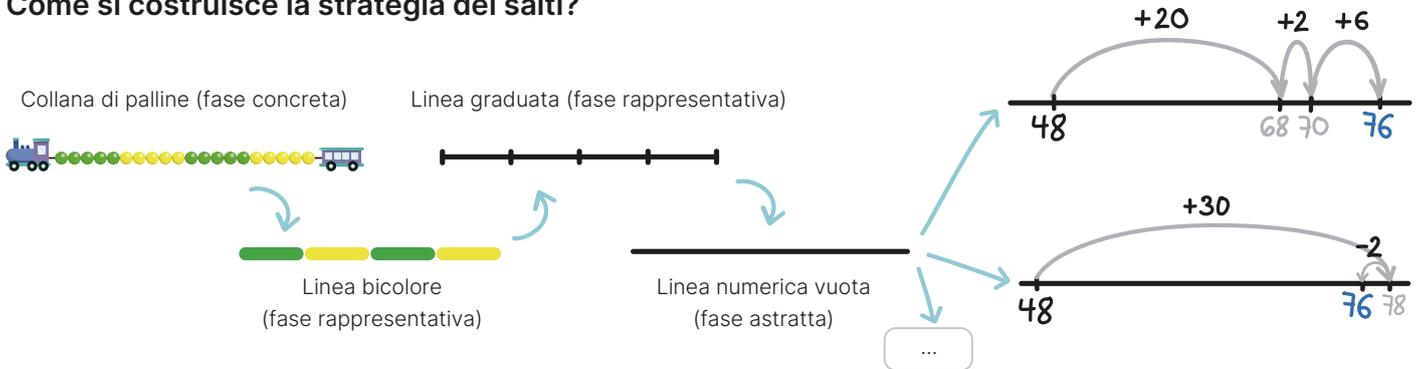
- Salti sulla linea numerica.
- Strategia della scomposizione.

Automatizzazione delle addizioni a una cifra

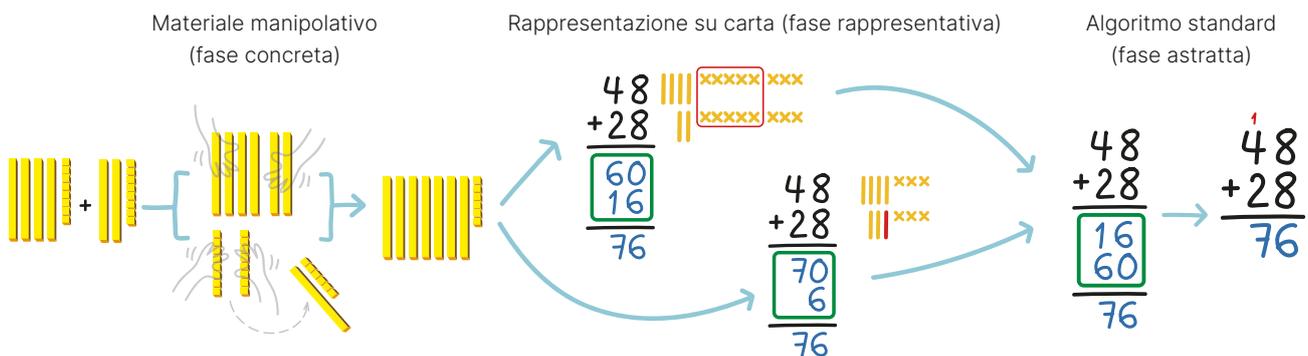
Per poter padroneggiare il calcolo di addizioni complesse, **è molto utile automatizzare il calcolo delle addizioni con numeri di una cifra** e riuscire a trovare i risultati in un periodo di tempo ragionevole. Questo consente di ridurre lo sforzo richiesto per i calcoli di base, permettendoci di concentrarci su concetti più avanzati.

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1+1 | 1+2 | 1+3 | 1+4 | ... |
| 2+1 | 2+2 | 2+3 | 2+4 | ... |
| 3+1 | 3+2 | 3+3 | 3+4 | ... |
| 4+1 | 4+2 | 4+3 | 4+4 | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... |

Come si costruisce la strategia dei salti?



Come si costruisce la strategia della scomposizione?



Cosa ci permette di fare la strategia dei salti:

- Potenziare il calcolo mentale delle addizioni.
- Risolvere addizioni in modo efficiente.
- Mettere da parte il conteggio con le dita.

Cosa ci permette di fare la strategia della scomposizione:

- Potenziare il calcolo scritto delle addizioni.
- Comprendere la posizione e il valore dei numeri.
- Arrivare all'algoritmo standard dell'addizione in modo trasparente.

Cronologia di apprendimento delle addizioni

Sebbene il ritmo di apprendimento degli alunni possa variare, nel corso del 1° anno di Scuola primaria si lavora alla strategia dei salti con l'obiettivo di arrivare alla linea numerica vuota entro la fine dell'anno. Durante il 2° anno si lavora alla strategia della

scomposizione con l'obiettivo di padroneggiare l'algoritmo standard entro la fine dell'anno. Quando aumenta l'intervallo numerico (ad esempio, passando da 0-10 a 0-50), facciamo nuovamente ricorso ai materiali manipolativi per avviare un nuovo ciclo di astrazione e poi li abbandoniamo gradualmente.

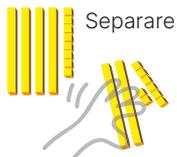
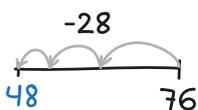
La sottrazione

$$76 - 28 =$$

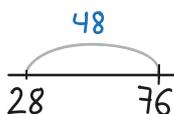


COMPRENDERE IL CONCETTO DI SOTTRAZIONE

Rimuovere



Distanza



Relazione addizione-sottrazione

| | | | | |
|----------------|--|----------------|-------|----------------|
| $76 - 28 = 48$ | <table border="1" style="display: inline-table; text-align: center;"><tr><td>76</td></tr><tr><td>28 48</td></tr></table> | 76 | 28 48 | $76 - 48 = 28$ |
| 76 | | | | |
| 28 48 | | | | |
| $48 + 28 = 76$ | | $28 + 48 = 76$ | | |

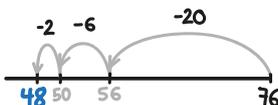
SAPER SVOLGERE L'OPERAZIONE CON FLUIDITÀ

Automatizzazione delle sottrazioni con numeri di una cifra

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1-1 | 1-2 | 1-3 | 1-4 | ... |
| 2-1 | 2-2 | 2-3 | 2-4 | ... |
| 3-1 | 3-2 | 3-3 | 3-4 | ... |
| 4-1 | 4-2 | 4-3 | 4-4 | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... |

CALCOLO ESATTO

Strategia dei salti



Strategia della scomposizione

$$\begin{array}{r} 76 \\ -28 \\ \hline 40 \\ 8 \\ \hline 48 \end{array}$$

Ricerca di equivalenze (Fatti conosciuti - fatti derivati)

$$\begin{array}{l} 76 - 28 = ? \\ \downarrow +2 \quad \downarrow +2 \\ 78 - 30 = 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 76 - 28 = ? \\ \downarrow +2 \quad \downarrow +2 \\ 78 - 28 = 50 \\ \downarrow -2 \quad \downarrow -2 \\ 76 - 28 = 48 \end{array}$$



CALCOLO DELLA STIMA

Stime

$$\begin{array}{l} 76 - 28 \approx 75 - 30 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 76 - 28 \approx 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 70 - 30 < 76 - 28 < 80 - 20 \\ 40 < 76 - 28 < 60 \end{array}$$



Cosa sono le sottrazioni?

In genere, consideriamo le sottrazioni come operazioni opposte alle addizioni, associandole all'azione di **rimuovere elementi da una quantità iniziale**.

Sottrarre, in realtà, significa anche **separare elementi da un gruppo** e **trovare la distanza** tra due numeri, per rispondere, ad esempio, alla domanda «Quanto è lungo il salto tra il 28 e il 76?».

Come risolviamo una sottrazione?

Esistono **diverse strategie** per risolvere le sottrazioni. Per sviluppare criterio e **flessibilità** nei calcoli, è necessario conoscerle e padroneggiarle tutte. Le principali strategie di risoluzione delle sottrazioni sono due:

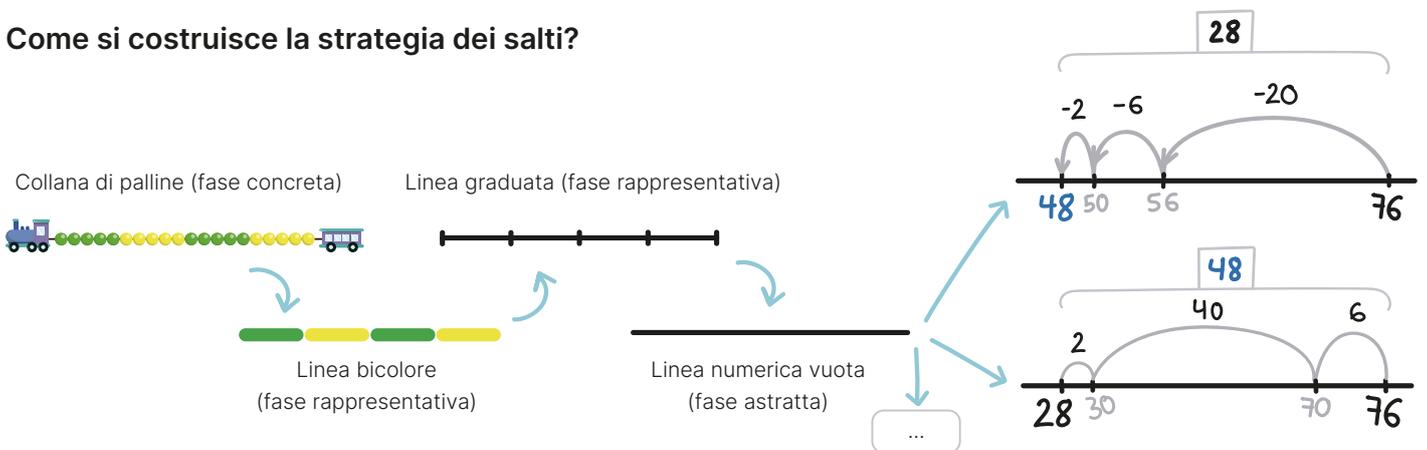
- **Salti sulla linea numerica**, un procedimento che consente di interpretare la sottrazione come rimozione di elementi (eseguendo salti all'indietro) o ricerca della distanza tra due numeri.

- **Strategia della scomposizione**, uno strumento che permette di visualizzare la rimozione o separazione di elementi da una quantità iniziale.

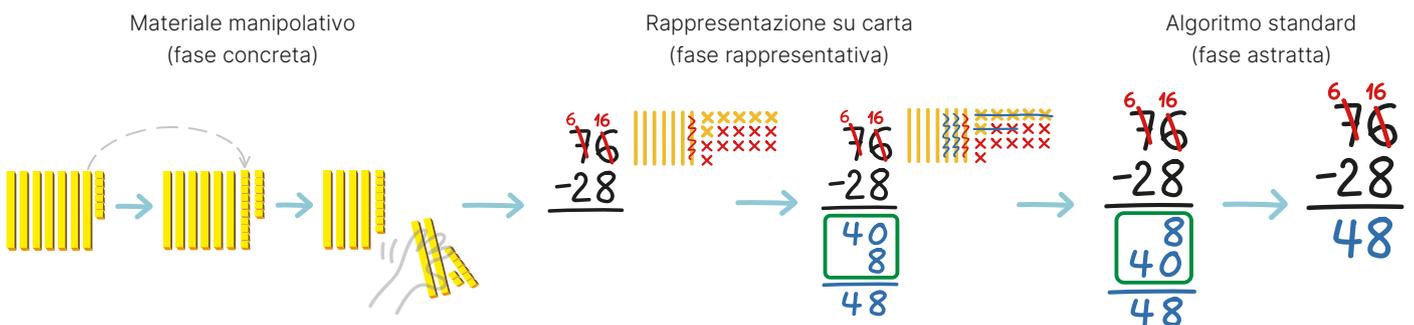
| | RIMUOVERE O SEPARARE | DISTANZA |
|---------------|---|----------|
| SALTI | | |
| SCOMPOSIZIONE | $\begin{array}{r} 76 \\ -28 \\ \hline 48 \end{array}$ | \times |

La sottrazione è un'operazione complessa per due motivi: da un lato, può assumere due significati, dall'altro, può essere risolta con due strategie principali.

Come si costruisce la strategia dei salti?



Come si costruisce la strategia della scomposizione?



Cosa ci permette di fare la strategia dei salti:

- Potenziare il calcolo mentale delle sottrazioni.
- Risolvere sottrazioni in modo efficiente.
- Mettere da parte il conteggio con le dita.

Cosa ci permette di fare la strategia della scomposizione:

- Potenziare il calcolo scritto delle sottrazioni.
- Comprendere la posizione e il valore dei numeri.
- Arrivare all'algoritmo standard della sottrazione in modo trasparente.

Cronologia di apprendimento delle sottrazioni

Sebbene il ritmo di apprendimento degli alunni possa variare, nel corso del 1° anno di Scuola primaria si lavora alla strategia dei salti con l'obiettivo di arrivare alla linea numerica vuota entro la fine dell'anno. Durante il 2° anno si lavora alla strategia della

scomposizione, con l'obiettivo di padroneggiare l'algoritmo standard entro la fine dell'anno. Quando aumenta l'intervallo numerico (ad esempio, passando da 0-10 a 0-50), facciamo nuovamente ricorso ai materiali manipolativi per avviare un nuovo ciclo di astrazione e poi li abbandoniamo gradualmente.

La moltiplicazione

15 × 12 =



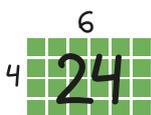
COMPNDERE IL CONCETTO DI MOLTIPLICAZIONE

(4 × 6)

Modello rettangolare

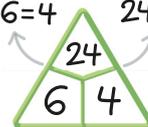
Modello dei gruppi

$6 + 6 + 6 + 6 = 24$



Relazione:
moltiplicazione
-divisione

$24 : 6 = 4$ $24 : 4 = 6$



$6 \times 4 = 24$ $4 \times 6 = 24$

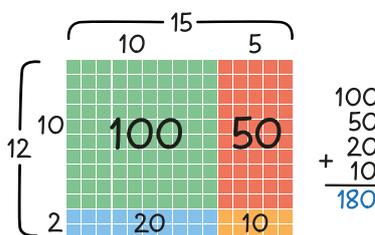
SAPER SVOLGERE L'OPERAZIONE CON FLUIDITÀ

Automatizzazione delle moltiplicazioni
con numeri di una sola cifra
(tabelline)

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1×1 | 1×2 | 1×3 | 1×4 | ... |
| 2×1 | 2×2 | 2×3 | 2×4 | ... |
| 3×1 | 3×2 | 3×3 | 3×4 | ... |
| 4×1 | 4×2 | 4×3 | 4×4 | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... |

CALCOLO
ESATTO

Strategia
della scomposizione
(modello rettangolare)



Equivalenze
(Fatti conosciuti -
fatti derivati)

$15 \times 12 = ?$ $30 \times 6 = 180$ $\rightarrow 15 \times 12 = 180$



CALCOLO
DELLA
STIMA

Stime

$15 \times 12 \approx 15 \times 10$
 $15 \times 12 \approx 150$

$15 \times 10 < 15 \times 12 < 20 \times 12$
 $150 < 15 \times 12 < 240$



Cos'è la moltiplicazione?

La moltiplicazione è l'operazione di base che consiste nel sommare ripetutamente la stessa quantità di elementi (addizione ripetuta).

Questa è una definizione parziale di ciò che è la moltiplicazione, perché moltiplicare significa anche calcolare la **quantità di elementi disposti nelle file e nelle colonne di un rettangolo**.

Come risolviamo una moltiplicazione?

Per risolvere le moltiplicazioni esistono diverse strategie e automatismi che garantiscono lo sviluppo di padronanza e flessibilità.

Automatizzazione di moltiplicazioni con numeri di una cifra

Consiste nel **trovare rapidamente** i risultati delle moltiplicazioni con numeri di una cifra (**tabelline**). Ciò consente di focalizzarsi su concetti più avanzati o complessi, eliminando la necessità di impegnarsi nei calcoli di base.

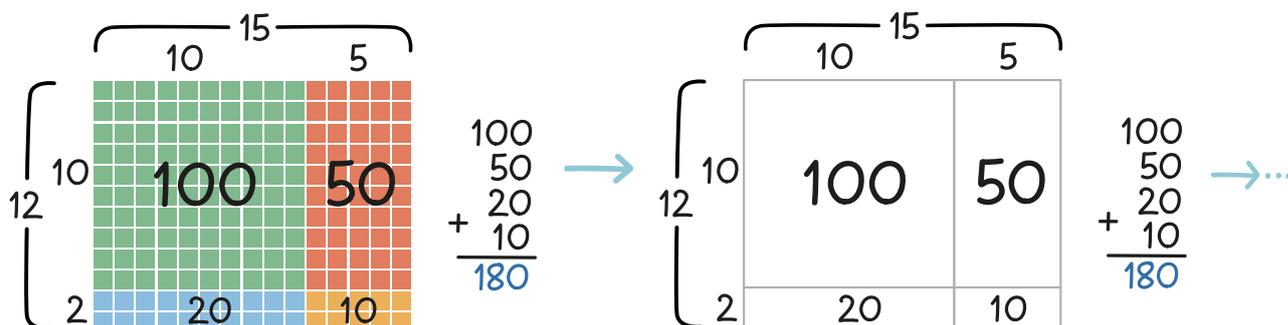
| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1×1 | 1×2 | 1×3 | 1×4 | ... |
| 2×1 | 2×2 | 2×3 | 2×4 | ... |
| 3×1 | 3×2 | 3×3 | 3×4 | ... |
| 4×1 | 4×2 | 4×3 | 4×4 | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... |

La strategia del modello rettangolare

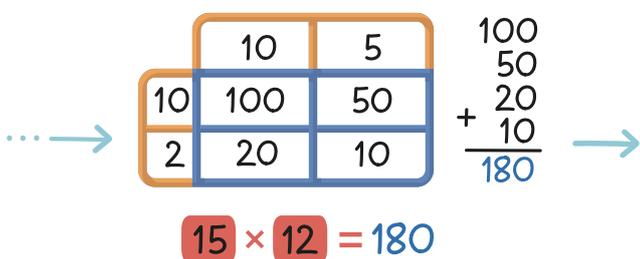
Quella del **modello rettangolare** è una **strategia basata sulla scomposizione dei numeri** che permette di vedere la moltiplicazione come l'insieme degli elementi presenti all'interno di un rettangolo. Si tratta di uno strumento che ci aiuta a costruire l'**algoritmo standard della moltiplicazione** in modo trasparente.

Come si costruisce il modello rettangolare?

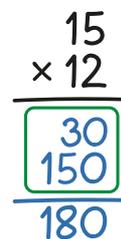
Modello rettangolare (fase concreta)



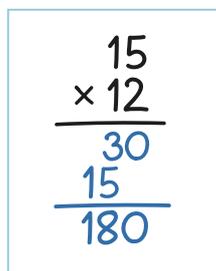
Schema moltiplicativo (fase rappresentativa)



Algoritmo standard (fase astratta)



Algoritmo standard



Cronologia di apprendimento della moltiplicazione

Sebbene il ritmo di apprendimento degli alunni possa variare, nel corso del 3° anno di Scuola primaria si costruiscono le tabelline, con l'obiettivo di automatizzarne il calcolo entro la fine dell'anno

scolastico. Durante il 4° anno si lavora al modello rettangolare con l'obiettivo di padroneggiare l'algoritmo standard entro la fine dell'anno. Quando aumenta la complessità delle operazioni (ad esempio, iniziando a moltiplicare numeri di due cifre), ritorniamo alle rappresentazioni concrete per realizzare un nuovo ciclo di astrazione e abbandonarle progressivamente.

La divisione

158 : 3 =



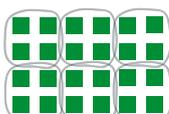
COMPRENDERE IL CONCETTO DI DIVISIONE

(24 : 4)

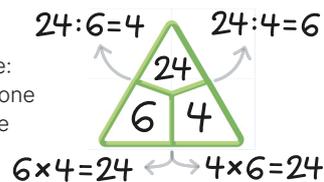
Distribuire tra...



Fare gruppi di...



Relazione:
moltiplicazione
-divisione



SAPER SVOLGERE L'OPERAZIONE CON FLUIDITÀ

Strategia della distribuzione

| | | |
|-------|----|-----------|
| 158 | 3 | |
| - 30 | 10 | (10x3=30) |
| - 128 | | |
| - 60 | 20 | (20x3=60) |
| - 68 | | |
| - 60 | 20 | (20x3=60) |
| - 8 | | |
| - 6 | 2 | (2x3=6) |
| - 2 | | |

$158 : 3 = 52 \text{ R}2$

CALCOLO
ESATTO

Strategia della scomposizione

$158 = 120 + 30 + 8$

| | |
|-----|-------------|
| 120 | : 3 = 40 |
| 30 | : 3 = 10 |
| 8 | : 3 = 2 R 2 |

| | |
|-----|-----------------------|
| 158 | : 3 = 40 + 10 + 2 R 2 |
| 158 | : 3 = 52 R 2 |

Ricerca
di equivalenze
(Fatti conosciuti -
fatti derivati)

$158 : 3 = ? \rightarrow 150 : 3 = 50$

| | |
|----------------|---------------------------|
| $153 : 3 = 51$ | $158 : 3 = 52 \text{ R}2$ |
| $156 : 3 = 52$ | |
| $159 : 3 = 53$ | |



CALCOLO
DELLA
STIMA

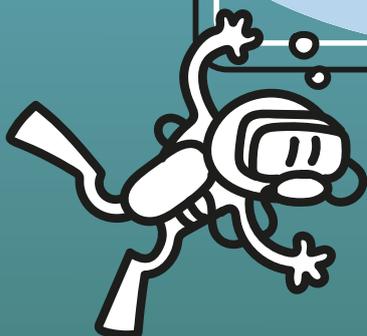
Stime

$158 : 3 \approx 150 : 3$

$158 : 3 \approx 50$

$150 : 3 < 158 : 3 < 180 : 3$

$50 < 158 : 3 < 60$



Cos'è la divisione?

Distribuire o creare gruppi. La divisione è la quarta operazione di base alla quale lavoriamo nel corso della Scuola primaria. Perché gli alunni comprendano cosa **significhi dividere**, proponiamo diversi contesti e situazioni.

La divisione è associata alla realizzazione di **distribuzioni in parti uguali di elementi**; ma dividere significa anche **creare gruppi dello stesso numero di elementi**, ad esempio, sapere quante confezioni da 4 si possono fare con 24 palline.

Come risolviamo le divisioni?

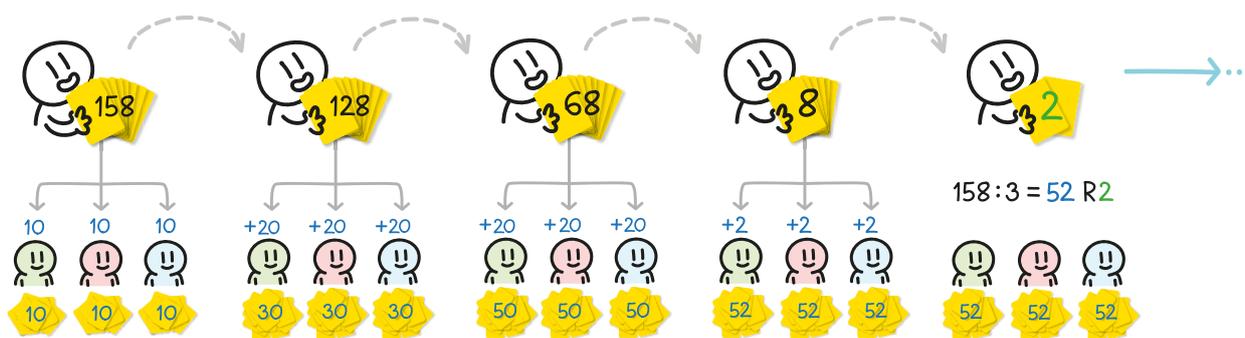
Esistono diversi modi per risolvere una divisione. Costruiamo **diverse strategie** che favoriscono lo sviluppo di **critero e flessibilità** nei calcoli. Due delle strategie alle quali lavoriamo sono:

-**Strategia della distribuzione**, che ci permette di vedere la divisione come la distribuzione di elementi. La sequenza di apprendimento di questa strategia è basata sul **modello CRA**, che inizia dalle distribuzioni e arriva alla costruzione dell'algorithm standard della divisione.

-**Strategia della scomposizione**, molto utile per risolvere le divisioni **a mente**. La sequenza di apprendimento di questa strategia non è particolarmente strutturata, ma getta le basi per il lavoro sulle **equivalenze**.

Come si costruisce la strategia della distribuzione?

Distribuire elementi (fase concreta)



Schema della divisione in colonna (fase rappresentativa)

$$\begin{array}{r}
 158 \\
 - 30 \quad 10 \quad (10 \times 3 = 30) \\
 \hline
 128 \\
 - 60 \quad 20 \quad (20 \times 3 = 60) \\
 \hline
 68 \\
 - 60 \quad 20 \quad (20 \times 3 = 60) \\
 \hline
 8 \\
 - 6 \quad 2 \quad (2 \times 3 = 6) \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

$$158 : 3 = 52 \text{ R}2$$

Algoritmo standard (fase astratta)

$$\begin{array}{r}
 158 \quad 3 \\
 - 30 \quad 10 \\
 \hline
 128 \\
 - 60 \quad 20 \\
 \hline
 68 \\
 - 60 \quad 20 \\
 \hline
 8 \\
 - 6 \quad 2 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

$$158 : 3 = 52 \text{ R}2$$

$$\begin{array}{r}
 158 \quad 3 \\
 - 150 \quad 50 \\
 \hline
 8 \\
 - 6 \quad 2 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

$$158 : 3 = 52 \text{ R}2$$

$$\begin{array}{r}
 158 \quad 3 \\
 - 15 \quad 52 \\
 \hline
 08 \\
 - 6 \quad 2 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

$$158 : 3 = 52 \text{ R}2$$

Algoritmo standard

$$\begin{array}{r}
 158 \quad 3 \\
 \hline
 08 \quad 52 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

$$158 : 3 = 52 \text{ R}2$$

Cronologia di apprendimento della divisione

Sebbene il ritmo di apprendimento degli alunni possa variare, nel corso del 4° anno di Scuola primaria si lavora alle due strategie

della divisione, fino ad arrivare al consolidamento dell'algorithm standard entro la fine dell'anno. Quando aumenta la complessità delle operazioni (ad esempio, iniziando a dividere numeri di due cifre), ritorniamo alle rappresentazioni concrete per realizzare un nuovo ciclo di astrazione e abbandonarle progressivamente.

Cronologia di apprendimento delle strategie

| | ADDIZIONE | SOTTRAZIONE | MOLTIPLICAZIONE | DIVISIONE |
|----------------------|--|--|---|---|
| 1^a | <p>Comprensione delle prime addizioni con la strategia dei salti, dalla collana di palline alla linea numerica vuota nell'intervallo 0-100.</p> <p>Automatizzazione delle addizioni con numeri di una cifra.</p> <p>Costruzione della relazione addizione-sottrazione e quadri di addizione.</p> | <p>Comprensione delle prime sottrazioni con la strategia dei salti, dalla collana di palline alla linea numerica vuota nell'intervallo 0-100.</p> <p>Automatizzazione delle sottrazioni con numeri di una cifra.</p> <p>Costruzione della relazione addizione-sottrazione e quadri di addizione.</p> | | |
| 2^a | <p>Comprensione dei salti sulla linea numerica.</p> <p>Comprensione della strategia della scomposizione fino al consolidamento dell'algoritmo standard dell'addizione con numeri compresi nell'intervallo 0-100.</p> <p>Automatizzazione delle addizioni con numeri di una cifra.</p> | <p>Comprensione dei salti sulla linea numerica.</p> <p>Comprensione della strategia della scomposizione fino al consolidamento dell'algoritmo standard della sottrazione con numeri compresi nell'intervallo 0-100.</p> <p>Automatizzazione delle sottrazioni con numeri di una cifra.</p> | <p>Le prime nozioni di pensiero moltiplicativo: doppi e metà.</p> | |
| 3^a | <p>Comprensione delle addizioni usando entrambe le strategie con numeri compresi nell'intervallo 0-10 000.</p> <p>Fluidità nell'uso delle strategie con numeri fino a due cifre.</p> | <p>Comprensione delle sottrazioni usando entrambe le strategie con numeri compresi nell'intervallo 0-10 000.</p> <p>Fluidità nell'uso delle strategie con numeri fino a due cifre.</p> | <p>Automatizzazione delle tabelline.</p> <p>Comprensione del modello rettangolare fino al consolidamento dello schema moltiplicativo.</p> | <p>Utilizzo della relazione moltiplicazione-divisione con i quadri di addizione.</p> |
| 4^a | <p>Fluidità nel calcolo di addizioni con numeri fino a 4 cifre.</p> | <p>Fluidità nel calcolo di sottrazioni con numeri fino a 4 cifre.</p> | <p>Comprensione dell'algoritmo standard della moltiplicazione.</p> | <p>Comprensione della strategia della scomposizione delle divisioni e della distribuzione fino all'ottimizzazione delle distribuzioni, come fatto con l'algoritmo standard.</p> |
| 5^a | <p>Comprensione e fluidità di calcolo nelle addizioni di numeri naturali con la strategia dei salti e la strategia della scomposizione.</p> <p>Comprensione del calcolo di addizioni con numeri decimali.</p> | <p>Comprensione e fluidità di calcolo di sottrazioni di numeri naturali con la strategia dei salti e la strategia della scomposizione.</p> <p>Comprensione del calcolo di sottrazioni con numeri decimali.</p> | <p>Consolidamento dell'algoritmo standard della moltiplicazione con numeri compresi in intervalli numerici più grandi.</p> <p>Fluidità di calcolo moltiplicativo con numeri naturali.</p> <p>Comprensione del calcolo di moltiplicazioni con numeri decimali.</p> | <p>Consolidamento delle distribuzioni con la minima quantità di distribuzioni, come fatto con l'algoritmo standard.</p> <p>Fluidità di calcolo moltiplicativo con numeri naturali.</p> <p>Comprensione della divisione con numeri decimali.</p> |