

 Innovamat



Oinarrizko eragiketak

Batuketan, kenketan
biderketan eta zatiketean
ikusten ez duzun guztia



Hitzaurrea

Matematika eragiketak egitea baino askoz gehiago da, baina eragiketak oinarritzako dira. **Zein da, ordea, eragiketak egiten ikasteko alderdirik garrantzitsuenak?** Zer egiten ari garen ulertzea, azkar egitea edo ondo egitea?

Izatez, **hiru helburuak ezinbestekoak dira. Ulertzea** funtsezkoa da edozein ikaskuntzarako. Baina, era berean, garrantzitsua da **emaitza zuzenera iristea** eta, praktikatu, kalkulak **bizkorrago** egitea, funtsezko alderdia baita **arimetikan arintasuna** garatzeko.

Oreka hori lantzeko, **ezagutzak** bi modutan **eraiki** behar dira: batetik, elkarrizketaren eta aurkikuntza gidatuaren bidez, eta, bestetik, eragiketak menderatu eta arintasuna lortzeko aukera emango digun **praktikaren** bidez.

Testuinguru horretan, **ezinbestekoa da irakasleak gidari gisa duen eginkizuna**. Batetik, estrategiak **modu argi eta gardenean aurkitzen** lagundu behar die ikasleei; bestetik, ikasleek praktikaren bidez **edukiak sendotzen jarraitzen** dutela ziurtatu behar du, ikasleak konfort-zonatik irtetera animatuz eta apurka-apurka erronken eta prozeduren zailtasuna areagotuz.

Zer da arintasuna?

Arintasuna zenbakiekin, eragiketekin eta prozedura konplexuagoekin erraztasunez lan egiteko gaitasuna da.

Kontua ez da eragiketak azkar ebaztea, baizik eta **eraginkorrak eta malguak** izatea eragiketa bat ebazteko modurik egokiena aukeratzean, testuinguruaren eta inplikaturako zenbakien arabera.

Hori dela eta, ikasgelan **estrategia ugari** eraikitzen ditugu, arrazoiketa eta malgutasun horren garapena bermatzeko. Estrategia bakoitzak KAA eredu (konkretua, adierazgarria, abstraktua) oinarritutako ikaskuntza-sekuentzia **bati jarraitzen dio, estrategia menderatzen eta ulertzen dela ziurtatzeko. Zer esan nahi du horrek?**

1. Abiapuntua hainbat material erabiliz manipulatzeko izango da (konkretua).
2. Manipulazio bidez egiten genuena paperean adieraziko dugu (adierazgarria).
3. Adierazpen abstraktuetara igaroko gara, algoritmoetara (abstraktua) adibidez.

Oinarritzko eragiketen ikaskuntza esanguratsua

Matematika (batez ere zenbaketa atala) zientzia hierarkiko bat da: beharrezkoa da eduki bat barneratzea hurrengora igarotzeko. **Oinarritzko eragiketak** (batuketa,

kenketa, biderketa, zatiketa) **funtsezkoak** dira prozesu horretan, aljebra eta kalkuluko kontzeptu aurreratuagoak eriteko eremua errazten dutelako.

Algoritmoetatik harago, oinarritzko eragiketa bakoitza menderatzeak esan nahi du haren esanahia ulertzen dugula, eta badakigula nola ebazten den eta zer estrategia erabil ditzakegun hori lortzeko.

Eragiketa bakoitza iceberg bat bezalakoa da: **gainazalean ikusten duguna konplexutasun osoaren zati txiki bat baino ez da**. Urpean mantentzen den guztia eragiketa bakoitza menderatzeko eta zentzuz egiteko euskarria da.

Hori dela eta, baliabide hau sortu dugu. Liburutxo honek modu bisualean laburbiltzen du oinarritzko eragiketa bakoitzaren ikaskuntzaren atzean ezkututzen den guztia:

- Zer esan nahi duen batzeak, kentzeak, biderkatzeak eta zatitzeak.
- Zer ekintza proposatzen diren eragiketa bakoitza ebazteko.
- KAA ereduaren oinarrituz, zer ikaskuntza-sekuentziari jarraitzen dion estrategia bakoitzak.

Ezagutza hori edukitzeak **malguagoak eta eraginkorrak** izaten lagunduko digu. Dena den, praktikatzeko funtsezkoa izango da kalkulak azkarrago egiteko, baina alderdi hori aurrerago landuko dugu.

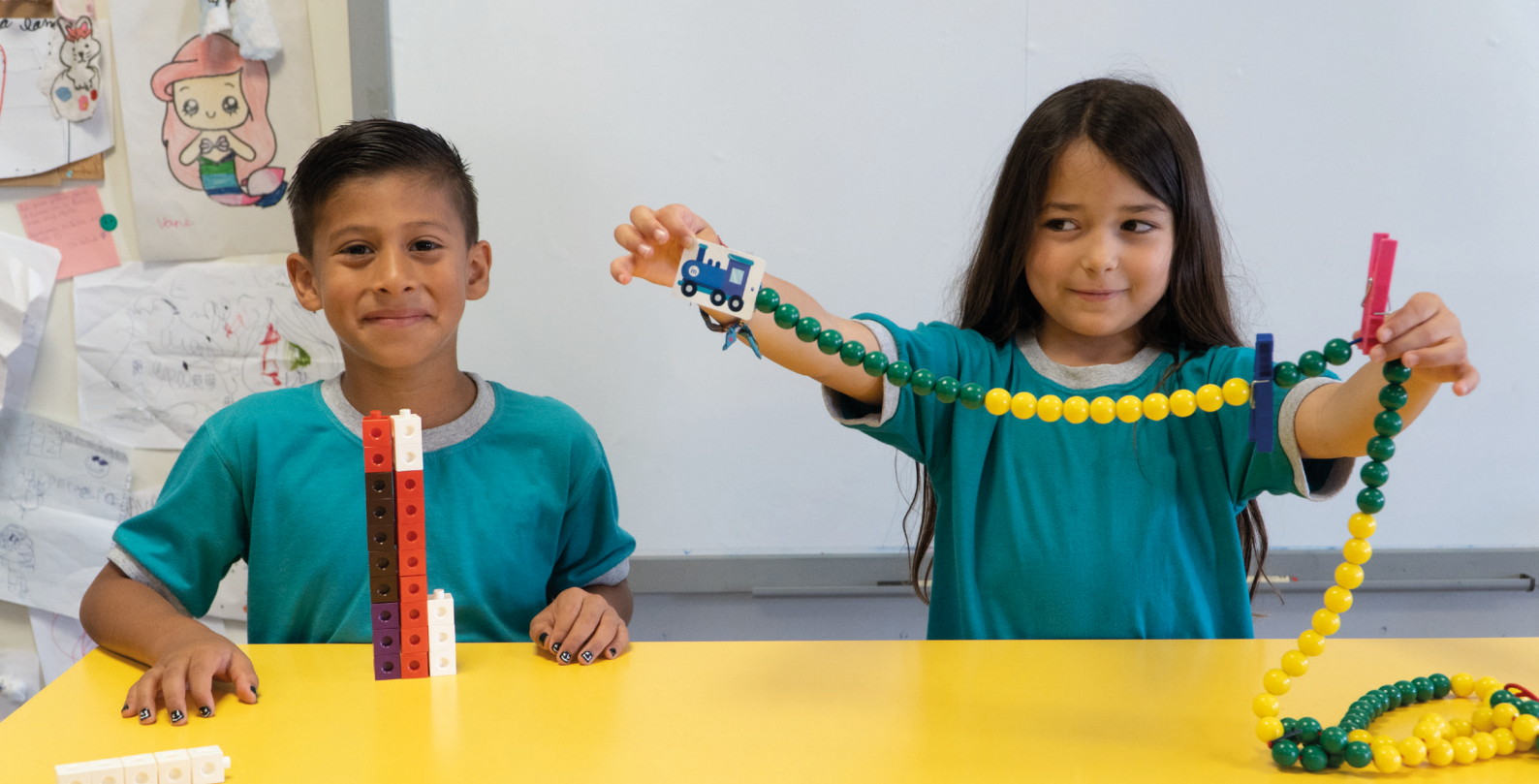
Oraingoz, baliabide honetan murgiltzera animatzen zaitugu, eragiketa bakoitza pentsatzeko, ulertzeko eta aurrera egiteko aukera bat izan dadin.

Aurrera!



Eskaneatu
gehiago jakiteko





Erreferentzia bibliografikoak

Bruner, J. S. (1966). *Towards a Theory of Instruction*. Cambridge: Harvard University Press.

Carpenter, T. P., et al. (1999). *Las matemáticas que hacen los niños: la enseñanza de las matemáticas desde un enfoque cognitivo*. Itzulpena: Castro Hernández, C., eta Alonso, M. L.

Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. G., eta Chinn, C. A. (2007). Scaffolding achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist*, 42, 99-107. <https://doi.org/10.1080/00461520701263368>

Tall, D. (1993) Success and failure in mathematics: the flexible meaning of symbols as process and concept. *Mathematics Teaching*, (14. libk, 6-10 or.). ISSN 0025-5785.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2008). *Children learn mathematics: Learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school. Dutch design in mathematics education*, V: 1. Utrecht: Freudenthal Institute, Sense Publishers.

Batuketa eta kenketa

Calvo, C., eta Barba, D. (2005). *3×6.mat*, Cuadernos de estrategias de cálculo. Bartzelona.

Plunkett, S. (1979). Decomposition and all that rot. *Mathematics in School*, 8(3), 2-5.

Purpura, D. J., Baroody, A. J., Eiland, M. D., eta Reid, E. (2016). Fostering first graders' reasoning strategies with basic sums: The value of guided instruction. *Elementary School Journal*, 117(1), 72-100. <https://doi.org/10.1086/687809>

Schneider, M., Merz, S., Stricker, J., De Smedt, B., Torbeyns, J., Verschaffel, L., eta Luwel, K. (2018). Associations of number line estimation with mathematical competence: A meta-analysis. *Child Development*, 89, 1467-1484. <https://doi.org/10.1111/cdev.13068>

Torbeyns, J., Verschaffel, L., eta Ghesquière, P. (2001). Investigating young children's strategy use and task performance in the domain of simple addition, using the "choice/no choice" method. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (4. libk, 273-278 or.).

Biderketa

Bay-Williams, J. eta Kling, G. (2019). *Math fact fluency: 60+ Games Assessment Tools to Support Learning and Retention*. ASCD.

Bay-Williams, J. M., eta SanGiovanni, J. J. (2021). *Figuring out fluency: Mathematics teaching and learning, grades K-8: Moving beyond basic facts and memorization* (1.ed.). Corwin.

Calvo, C., eta Barba, D. (2005). *3×6.mat*, Cuadernos de estrategias de cálculo. Bartzelona.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2002), Realistic mathematics education as work in progress, en: FOU-LAI LIN (eds.), *Common Sense in Mathematics Education*.

Zatiketa

Calvo, C., eta Barba, D. (2005). *3×6.mat*, Cuadernos de estrategias de cálculo. Bartzelona.

Ifráh, G. (1998). *Historia universal de las cifras: la inteligencia de la humanidad contada por los números y el cálculo* (pp. 437, 1311). Madrid: Espasa, D. L.

Sarramona, J. eta Pintó, C. (2000). Identificació de les competències bàsiques en l'ensenyament obligatori. Barcelona: Consejo Superior de Evaluación del Sistema Educativo del Departamento de Educación de la Generalitat de Cataluña.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2002), Realistic mathematics education as work in progress, en: FOU-LAI LIN (eds.), *Common sense in Mathematics*.

Batuketa

$$48 + 28 =$$



BATUKETA KONTZEPTUALKI ZER DEN ULERTZEA

Elkartu

Gehitu

Batuketa-kenketa erlazioa

ERAGIKETA ARINTASUNEZ EGITEN JAKITEA

Digitu bakarreko batuketen automatizazioa

1+1	1+2	1+3	1+4	...
2+1	2+2	2+3	2+4	...
3+1	3+2	3+3	3+4	...
4+1	4+2	4+3	4+4	...
...

KALKULU ZEHATZA

Saltoen estrategia

Deskonposaketa-estrategia

Baliokidetasunak bilatzea
(Gertaera ezagunak - ondorioztatutako gertaerak)

$48 + 28 = ?$	
$\downarrow +2 \quad \downarrow +2 \quad \downarrow +4$	
$50 + 30 = 80$...
$\downarrow -2 \quad \downarrow -2 \quad \downarrow -4$	
$48 + 28 = 76$	

GUTXI GORABEHE-RAKO KALKULUA

Zenbatespenak

$48 + 28 \approx 50 + 30$
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $48 + 28 \approx 80$

$45 + 25 < 48 + 28 < 50 + 30$
 $70 < 48 + 28 < 80$



Zer da batuketa?

Batuketa Lehen Hezkuntzan ikasten den oinarriko lehenengo eragiketa da. Gure egunerokotasunean oso presente dagoen eragiketa da, eta eguneroko egoera askotan agertzen da. Batuketak ebazten hasi aurretik, garrantzitsua da **batzea zer den ulertzea**.

Horregatik, irakasleok hainbat egoera eta testuinguru proposatzen ditugu ikasgelan.

Egoera batzuetan, **hasierako kopuru bati elementuak gehitzen zaizkio** eta emaitza aurkitu behar da; beste batzuetan, berriz, **zenbait elementu multzo elkartzen dira**, eta guztizkoa aurkitu behar da.

Nola ebazten da batuketa?

Batzea algoritmo bat aplikatzea baino gehiago da. Algoritmoak ere ikusiko ditugu aurrerago; baina, lehendabizi, eragiketak egiterakoan irizpideak izateko eta malgutasuna lortzeko **estrategia batzuk** eraikiko ditugu.

Estrategiak honako hauek dira:

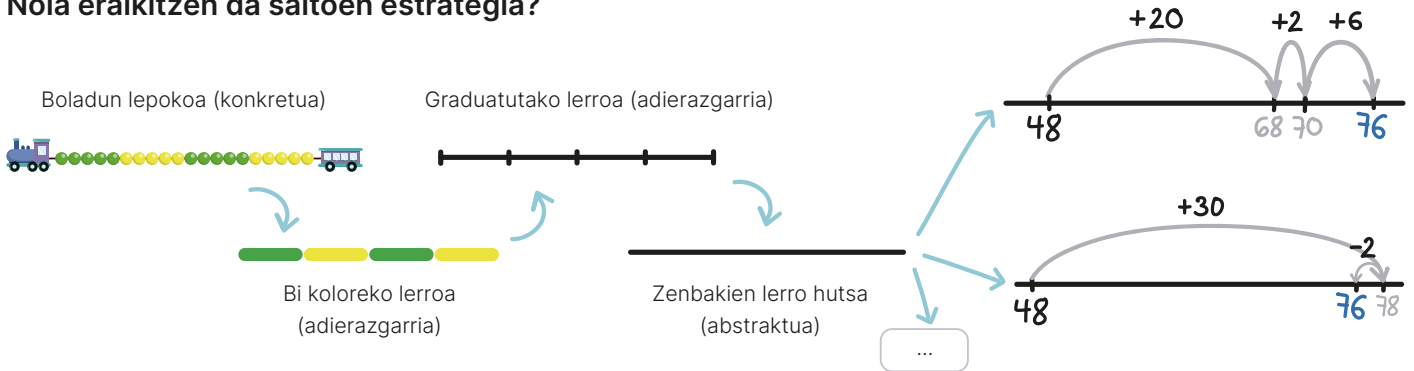
- Zenbakiaren lerroan saltoak egitea.
- Deskonposaketa-estrategia.

Digitu bakarreko batuketaren automatizazioa

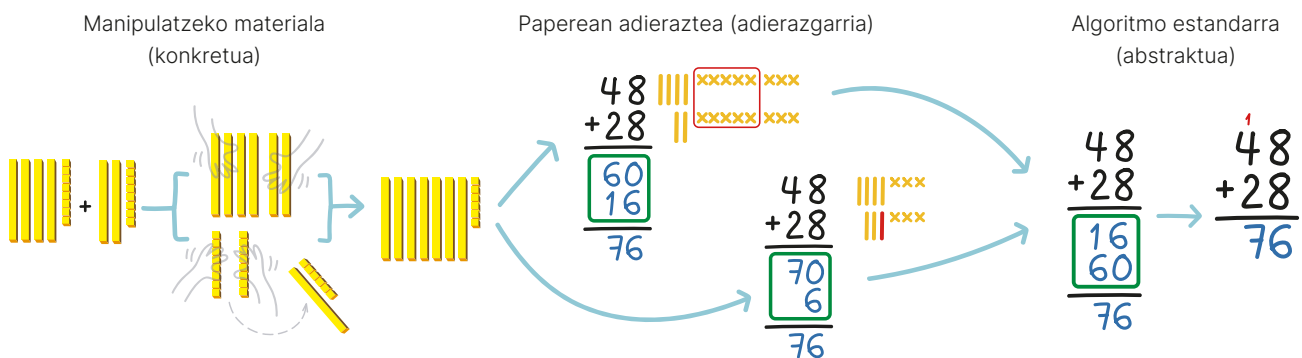
Oso praktikoa da digitu bakarreko batuketak automatizatzea batuketa konplexuagoen ebazpena menderatzeko. Hau da, emaitza arrazoizko denbora batean aurkitzen jakin behar dugu. Horri esker, ez dugu esfortzurik egin behar kalkulu errazak egiteko, eta kontzeptu aurreratuagoetan zentratzeko aukera edukiko dugu.

1+1	1+2	1+3	1+4	...
2+1	2+2	2+3	2+4	...
3+1	3+2	3+3	3+4	...
4+1	4+2	4+3	4+4	...
...

Nola eraikitzen da saltoen estrategia?



Nola eraikitzen da deskonposaketa-estrategia?



Zer egin dezakegu saltoen estrategiarekin?

- Batuketaren buruzko kalkulua sustatu.
- Batuketak eraginkortasunez ebazti.
- Hatzekin zenbatzea atzean utzi.

Zer egin dezakegu deskonposaketa-estrategiarekin?

- Batuketaren idatzizko kalkulua sustatu.
- Zenbakiaren posizioa eta balioa ulertu.
- Batuketaren algoritmo estandarrera gardentasunez iritsi.

Ikasle batek batuketaren egindako ikaskuntzaren kronologia

Ikasle batetik bestera aldaketak egon daitezkeen arren, Lehen Hezkuntzako 1. mailan saltoen estrategia lantzen da, ikasturte amaieran zenbakiaren lerro hutsera iristeko. Deskonposaketa-

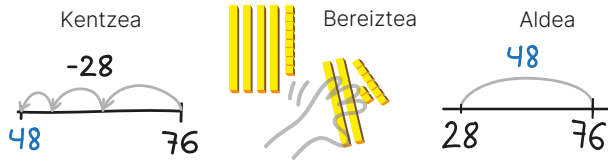
estrategia LHko 2. mailan lantzen da, eta helburua ikasturte amaieran batuketaren algoritmo estandarra menderatzen hastea da. Zenbaki-tartea handitzen doan heinean (0-10, 0-20 edo 0-50), manipulatzeko materiala berreskuratzen da berriro ere, beste abstrakzio-ziklo bat egiteko eta pixkanaka-pixkanaka adierazpen abstraktuagoetara igarotzeko.

Kenketa

$$76 - 28 =$$



KENKETA KONTZEPTUALKI ZER DEN ULERTZEA

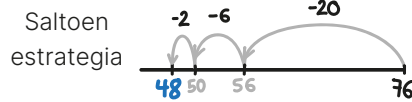


ERAGIKETA ARINTASUNEZ EGITEN JAKITEA

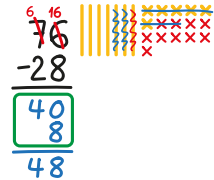
Digitu bakarreko kenketen automatizazioa

1-1	1-2	1-3	1-4	...
2-1	2-2	2-3	2-4	...
3-1	3-2	3-3	3-4	...
4-1	4-2	4-3	4-4	...
...

KALKULU ZEHATZA



Deskonposaketa-estrategia



Baliokidetasunak bilatzea
(Gertaera ezagunak - ondorioztatutako gertaerak)

$$76 - 28 = ?$$

$$\begin{matrix} \downarrow +2 & \downarrow +2 \\ 78 - 30 = 48 \end{matrix}$$

$$76 - 28 = ?$$

$$\begin{matrix} \downarrow +2 & \downarrow +2 \\ 78 - 28 = 50 \\ \downarrow -2 & \downarrow -2 \\ 76 - 28 = 48 \end{matrix}$$



GUTXI GORABEHERRAKO KALKULUA

Zenbatespenak

$$76 - 28 \approx 75 - 30$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$76 - 28 \approx 45$$

$$70 - 30 < 76 - 28 < 80 - 20$$

$$40 < 76 - 28 < 60$$



Zer da kenketa?

Orokorrean, kenketa batuketaren aurkako eragiketa gisa hartzen da. Hau da, **hasierako kantitate batetik elementuak ateratzean datza.**

Baina kentzea **multzo batetik elementuak bereiztea** ere bada, eta bi zenbakiaren arteko **aldea aurkitzea**. Esaterako, galdera honi erantzuten dio kenketak: «Zenbateko luzera du 28tik 76ra arteko saltoak?».

Nola ebazten da kenketa?

Zenbait estrategia daude kenketak ebazteko. Kalkulatzerakoan irizpidea eta **malgutasuna** garatzeko, beharrezkoa da estrategia horietako bakoitza ezagutzea eta menderatzea.

Hauk dira kenketak ebazten laguntzen diguten bi estrategia nagusiak:

- **Zenbakiaren lerroan jauziak egitea.** Kasu honetan, kenketa elementuak kentzearekin lot daiteke (atzeraka saltoak egitea), edo zenbaki batetik bestera dagoen aldearekin.

- **Deskonposaketa-estrategia.** Kasu honetan, kenketa hasierako kantitate batetik elementuak atera edo bereiztearekin lot daiteke.

	KENDU EDO BEREIZTU	ALDEA
SALTOAK		
DESKONPOSAKETA	$\begin{array}{r} 76 \\ -28 \\ \hline 48 \end{array}$	\times

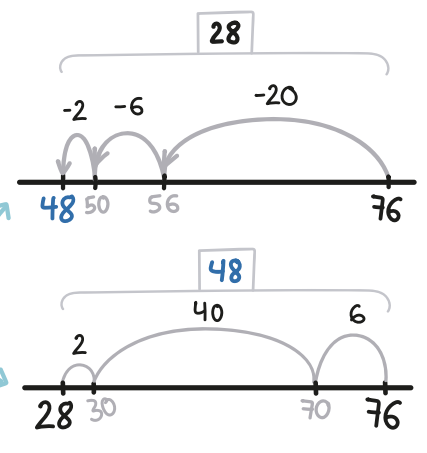
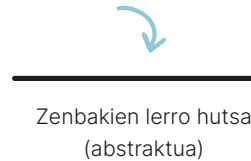
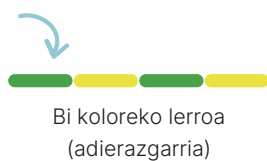
Beraz, kenketa bi zentzutan da konplexua: batetik, bi esanahi izan ditzake; bestetik, bi estrategia nagusi daude kenketa ebazteko.

Nola eraikitzen da saltoen estrategia?

Boladun lepokoa (konkretua)

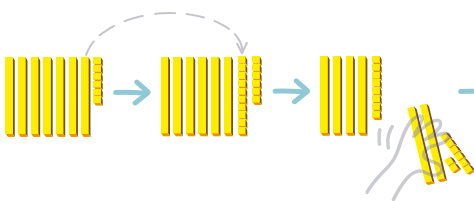


Graduatutako lerroa (adierazgarria)

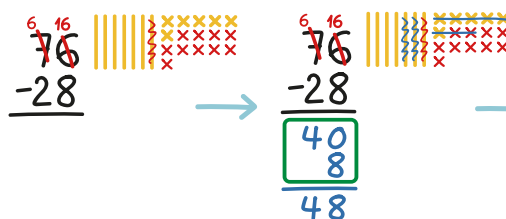


Nola eraikitzen da deskonposaketa-estrategia?

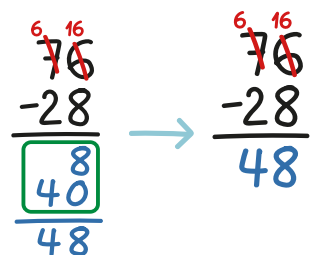
Manipulatzeko materiala (konkretua)



Paperean adieraztea (adierazgarria)



Algoritmo estandarra (abstraktua)



Zer egin dezakegu saltoen estrategiarekin?

- Kenketen buruzko kalkulua sustatu.
- Kenketak eraginkortasunez ebatzi.
- Hatzekin zenbatzea atzean utzi.

Zer egin dezakegu deskonposaketa-estrategiarekin?

- Kenketen idatzizko kalkulua sustatu.
- Zenbakiaren posizioa eta balioa ulertu.
- Kenketaren algoritmo estandarri garrantzitasunez iritsi.

Ikasle batek kenketan egindako ikaskuntzaren kronologia

Ikasle batetik bestera aldaketak egon daitezkeen arren, Lehen Hezkuntzako 1. mailan saltoen estrategia lantzen da, ikasturte amaieran zenbakiaren lerro hutsera iristeko. Deskonposaketa-

estrategia LHko 2. mailan lantzen da, eta helburua ikasturte amaieran kenketaren algoritmo estandarra menderatzen hastea da. Zenbaki-tartea handitzen doan heinean (0-10, 0-20 edo 0-50), manipulatzeko materiala berreskuratzen da berriz, beste abstrakzio-ziklo bat egiteko eta pixkanaka-pixkanaka adierazpen abstraktuagoetara igarotzeko.

Biderketa

$$15 \times 12 =$$



BIDERKETA KONTZEPTUALKI ZER DEN ULERTZEA

$$(4 \times 6)$$

Multzoen eredua

$$= 24$$

Laukizuzen-eredua



Erlazioa:
Biderketa
-zatiketa

$$24 : 6 = 4 \quad 24 : 4 = 6$$

$$6 \times 4 = 24 \quad 4 \times 6 = 24$$

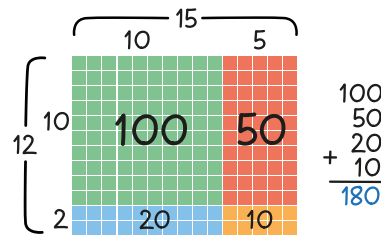
ERAGIKETA ARINTASUNEZ EGITEN JAKITEA

Digitu bakarreko
biderketen automatizazioa
(Biderkatze taulak)

1x1	1x2	1x3	1x4	...
2x1	2x2	2x3	2x4	...
3x1	3x2	3x3	3x4	...
4x1	4x2	4x3	4x4	...
...

KALKULU
ZEHATZA

Deskonposaketa-
estrategia
(laukizuzen eredua)



Baliokidetasunak
(Gertaera ezagunak -
ondorioztatutako
gertaerak)

$$15 \times 12 = ? \quad \xrightarrow{\times 2} \quad 30 \times 6 = 180 \quad \xrightarrow{:2} \quad 15 \times 12 = 180$$



GUTXI
GORABEH-
RAKO
KALKULUA

Zenbatespenak

$$15 \times 12 \approx 15 \times 10$$

$$15 \times 12 \approx 150$$

$$15 \times 10 < 15 \times 12 < 20 \times 12$$

$$150 < 15 \times 12 < 240$$



Zer da biderketa?

Biderketa oinarritzko eragiketa da, eta elementu kopuru bera behin eta berriro batzean datza (batuketa iteratua).

Hain hedatua dagoen esanahi horrek biderketaren esentziaren zati bat baino ez du definitzen; izan ere, biderkatzea **laukizuzen baten errenkada eta zutabeetan jarritako elementu kopurua** kalkulatzeko ere bada.

Nola ebazten da biderketa?

Biderketak ebazteko hainbat estrategia eta automatismo daude, haurrak malguak izan daitezten eta eragiketok ondo mendera ditzaten.

Digitu bakarreko biderketak automatizatzea

Zifra bakarreko biderketen emaitzak (**biderkatzeko taulak**) azkar gogoratzean datza. Horrela, ez dugu esfortzurik egin behariko oinarritzko kalkuluak egiteko, eta kontzeptu aurreratuagoetan edo konplexuagoetan zentratu gaitzke.

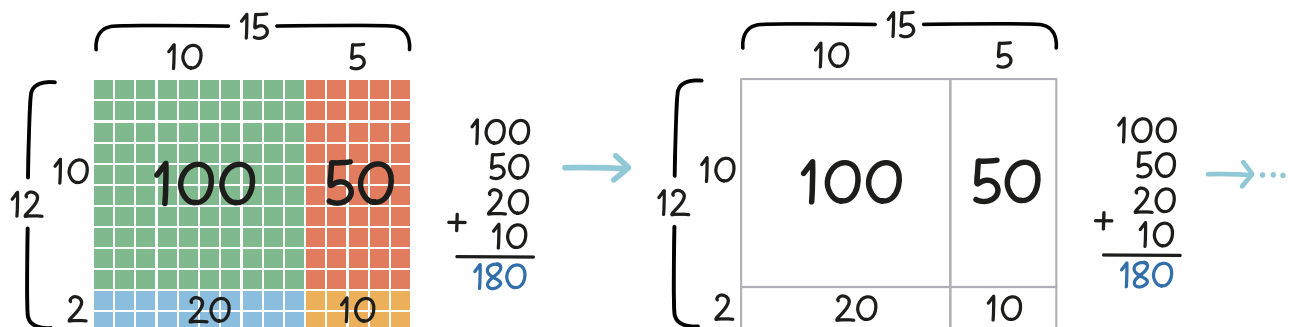
1×1	1×2	1×3	1×4	...
2×1	2×2	2×3	2×4	...
3×1	3×2	3×3	3×4	...
4×1	4×2	4×3	4×4	...
...

Laukizuzen ereduaren estrategia

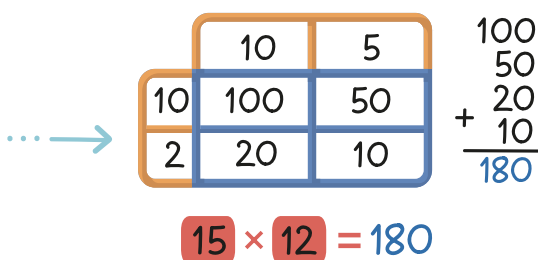
Ikasgelan **laukizuzen eredu**a eraikitzen dugu. **Estrategia horretan, zenbakiak deskonposatzen** dira, eta biderketa laukizuzen batean jarritako elementu kopuru gisa ikusteko aukera ematen du. Gainera, **biderketaren algoritmo estandar**era modu gardenean iristen lagunduko digu.

Nola eraikitzen da laukizuzen eredu?

Laukizuzen-eredua (konkretua)



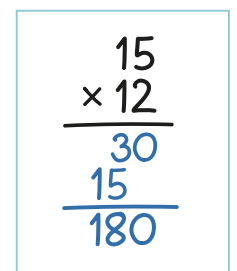
Eskema biderkatzailea (adierazgarria)



Algoritmo estandarra (abstraktua)



Algoritmo estandar trinkoa



Ikasle batek biderketan egindako ikaskuntzaren kronologia batuketan

Ikasle batetik bestera aldaketak egon daitezkeen arren, Lehen Hezkuntzako 3. mailan biderkatzeko taulak eraikitzen dira, ikasurte amaieran guztiak automatizatuta izateko. Laukizuzen

eredua LHko 4. mailan lantzen da, eta helburua ikasurte amaieran biderketaren algoritmo estandarra menderatzen hastea da. Eragiketen konplexutasuna handitu ahala (adibidez, bi zifraz biderkatzea), adierazpen zehatzak berreskuratzen dira, beste abstrakzio-ziklo bat egiteko eta pixkanaka baztertzen joateko.

Zatiketa

$$158 : 3 =$$



ZATIKETA KONTZEPTUALKI ZER DEN ULERTZEA

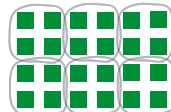
$$(24 : 4)$$



Banatu 4 lagunen artean



Egin 4ko multzoak



Erlazioa:
Biderketa
-zatiketa

$$24 : 6 = 4 \quad 24 : 4 = 6$$

$$6 \times 4 = 24 \quad 4 \times 6 = 24$$

ERAGIKETA ARINTASUNEZ EGITEN JAKITEA

Banaketa-estrategia

$$\begin{array}{r} 158 \quad 3 \\ - 30 \quad 10 \quad (10 \times 3 = 30) \\ \hline 128 \\ - 60 \quad 20 \quad (20 \times 3 = 60) \\ \hline 68 \\ - 60 \quad 20 \quad (20 \times 3 = 60) \\ \hline 8 \\ - 6 \quad 2 \quad (2 \times 3 = 6) \\ \hline 2 \end{array}$$

KALKULU
ZEHATZA

$$158 : 3 = 52 \text{ R}2$$

Deskonposaketa-estrategia

$$158 = 120 + 30 + 8$$

$$120 : 3 = 40$$

$$30 : 3 = 10$$

$$8 : 3 = 2 \text{ R}2$$

$$158 : 3 = 40 + 10 + 2 \text{ R}2$$

$$158 : 3 = 52 \text{ R}2$$

Baliokidetasunak
bilatzea
(Gertaera ezagunak -
ondorioztatutako
gertaerak)

$$158 : 3 = ? \rightarrow \begin{array}{l} 150 : 3 = 50 \\ 153 : 3 = 51 \\ 156 : 3 = 52 \\ 159 : 3 = 53 \end{array} \rightarrow 158 : 3 = 52 \text{ R}2$$

...



GUTXI
GORABEHE-
RAKO
KALKULUA

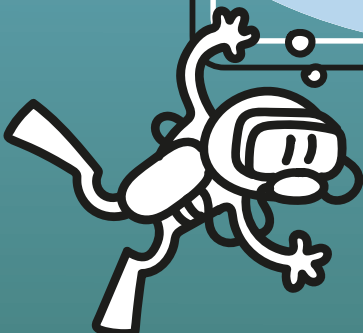
Zenbatespenak

$$158 : 3 \approx 150 : 3$$

$$158 : 3 \approx 50$$

$$150 : 3 < 158 : 3 < 180 : 3$$

$$50 < 158 : 3 < 60$$



Zer da zatiketa?

Banatzea edo multzoak egitea, hor dago koska. Zatiketa da Lehen Hezkuntzan eraikitzen dugun laugarren oinarritzko eragiketa. **Eragiketa hori zertan datzan ulertzeko**, irakasleok hainbat egoera eta testuinguru proposatzen ditugu ikasgelan.

Zatiketaren esanahirik hedatuena **ekitatiboki banatzea** da, baina zatitzea **pakete berdinak egitea** ere bada. Adibidez, 4 bolako zenbat pakete egin daitezkeen 24 bolarekin.

Nola ebazten da zatiketa?

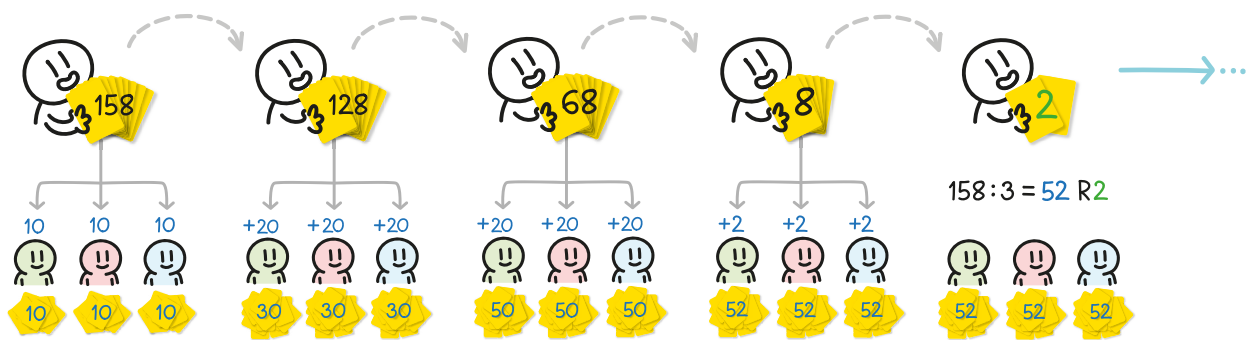
Zatiketa bat ebazteko hainbat modu daude. Horregatik, **hainbat estrategia** eraikitzen dira, ikasleek **irizpideak eta malgutasuna** gara ditzaten eragiketarako. Hona hemen lantzen ditugun bi estrategia:

- **Banaketa-estrategia.** Zatiketa elementuak banatzea dela ikusten laguntzen digu. **KAA ereduan** oinarritutako ikaskuntza-sekuentzia zehaztua du. Materialak banatzen hasi, eta algoritmo estandarrera iritsiko gara.

- **Deskonposaketa-estrategia.** Oso erabilgarria da zatiketarako **buruz** ebazteko. Ikaskuntza-sekuentzia ez da hain egituratua, baina **baliokidetasunak** lantzeko oinarriak finkatzen ditu.

Nola eraikitzen da banaketa-estrategia?

Elementuak banatzea (konkretua)



Zatiketaren eskema bertikala (adierazgarria)

$$\begin{array}{r}
 158 \\
 - 30 \quad 10 \quad (10 \times 3 = 30) \\
 - 128 \\
 - 60 \quad 20 \quad (20 \times 3 = 60) \\
 - 68 \\
 - 60 \quad 20 \quad (20 \times 3 = 60) \\
 - 8 \\
 - 6 \quad 2 \quad (2 \times 3 = 6) \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

$$158 : 3 = 52 \text{ R}2$$

Algoritmo estandarra (abstraktua)

$$\begin{array}{r}
 158 \quad 3 \\
 - 30 \quad 10 \\
 - 128 \\
 - 60 \quad 20 \\
 - 68 \\
 - 60 \quad 20 \\
 - 8 \\
 - 6 \quad 2 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

$$158 : 3 = 52 \text{ R}2$$

$$\begin{array}{r}
 158 \quad 3 \\
 - 150 \quad 50 \\
 - 8 \\
 - 6 \quad 2 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

$$158 : 3 = 52 \text{ R}2$$

$$\begin{array}{r}
 158 \quad 3 \\
 - 150 \quad 50 \\
 - 8 \\
 - 6 \quad 2 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

$$158 : 3 = 52 \text{ R}2$$

Algoritmo estandar trinkoa

$$\begin{array}{r}
 158 \quad 3 \\
 - 150 \quad 50 \\
 - 8 \\
 - 6 \quad 2 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

$$158 : 3 = 52 \text{ R}2$$

Bigarren zikloko ikasle batek zatiketaren egindako ikaskuntzaren kronologia

Ikasle batetik bestera aldaketak egon daitezkeen arren, Lehen Hezkuntzako 4. mailan zatiketaren bi estrategiak eraiki

eta finkatzen dira, ikasurte amaieran algoritmo estandarra menderatzen hasteko. Eragiketarako konplexuago bihurtu ahala (adibidez, bi zifraz zatitzea), adierazpen zehatzak berreskuratzen dira, beste abstrakzio-ziklo bat egiteko eta pixkanaka baztertzen joateko.

Ikasle batek estrategietan egindako ikaskuntzaren kronologia ikasturteetan zehar

	BATUKETA	KENKETA	BIDERKETA	ZATIKETA
LH 1	<p>Saltoen estrategiarekin lehenengo batuketak ulertzea, boladun lepokotik hasi eta 0-100 tarteko zenbakien lerro hutseraino.</p> <p>Digitu bakarreko batuketak automatizatzen hasia.</p> <p>Batuketa-kenketa erlazioa erabiltzea kutxatxo batukorrekin.</p>	<p>Saltoen estrategiarekin lehenengo kenketak ulertzea, boladun lepokotik hasi eta 0-100 tarteko zenbakien lerro hutseraino.</p> <p>Digitu bakarreko kenketak automatizatzen hasia.</p> <p>Batuketa-kenketa erlazioa erabiltzea kutxatxo batukorrekin.</p>		
LH 2	<p>Zenbakien lerroko saltoak erraz ulertzea.</p> <p>Deskonposaketa-estrategia eta batuketaren algoritmo estandarra ondo ulertzea 0-100 tartean.</p> <p>Digitu bakarreko batuketen automatizazioa.</p>	<p>Zenbakien lerroko saltoak erraz ulertzea.</p> <p>Deskonposaketa-estrategia eta kenketaren algoritmo estandarra ondo ulertzea 0-100 tartean.</p> <p>Digitu bakarreko kenketen automatizazioa.</p>	<p>Pentsamendu biderkatzailearen lehen nozioak: bikoitzak eta erdiak.</p>	
LH 3	<p>Bi estrategiek batuketak nola egin ulertzea 0-10.000 tartean.</p> <p>Estrategiek arin ibiltzea bi zifrara arteko zenbakiekin.</p>	<p>Bi estrategiek kenketak nola egin ulertzea 0-10.000 tartean.</p> <p>Estrategiek arin ibiltzea bi zifrara arteko zenbakiekin.</p>	<p>Biderkatzeko taulak automatizatzen hasia.</p> <p>Laukizuzen eredutik hasi eta biderketa-eskemaraino ulertzea.</p>	<p>Biderketa-zatiketa erlazioa erabiltzea kutxatxo biderkatzaileekin.</p>
LH 4	<p>Arintasuna 4 digitura arteko batuketekin.</p>	<p>Arintasuna 4 digitura arteko kenketekin.</p>	<p>Biderketaren algoritmo estandarra ulertzea.</p>	<p>Banaketa-estrategia ulertzea banaketak optimizatzeraino, algoritmo estandarrekin egiten genuen modura, eta zatiketaren deskonposaketa-estrategia ulertzea.</p>
LH 5 LH 6	<p>Zenbaki arruntan batuketak ulertzea eta arin egitea saltoen estrategiarekin eta deskonposaketa-estrategiarekin.</p> <p>Zenbaki dezimaldunen batuketak ulertzea.</p>	<p>Zenbaki arruntan kenketak ulertzea eta arin egitea saltoen estrategiarekin eta deskonposaketa-estrategiarekin.</p> <p>Zenbaki dezimaldunen kenketak ulertzea.</p>	<p>Biderketaren algoritmo estandarra tarte handiagoetan finkatzea.</p> <p>Zenbaki arruntekin arin biderkatzea.</p> <p>Zenbaki dezimaldunen biderketa ulertzea.</p>	<p>Banaketak gutxieneko banaketa kopuruarekin finkatzea, algoritmo estandarrekin egiten genuen bezala.</p> <p>Zenbaki arruntekin arin biderkatzea.</p> <p>Zenbaki dezimaldunen zatiketa ulertzea.</p>