La divisió: repartir o fer grups

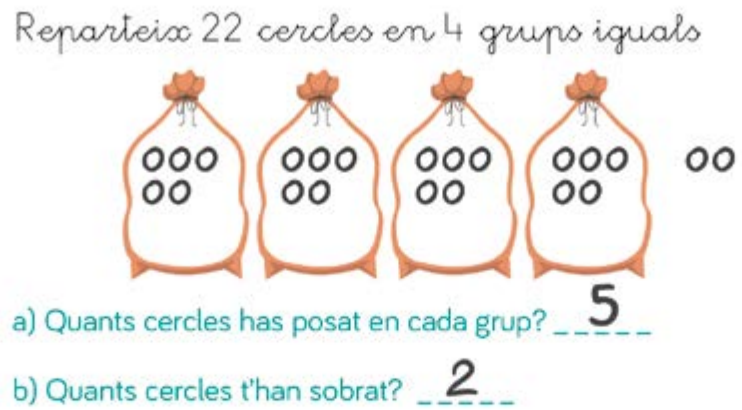
Introducció

Una de les claus per analitzar l'aprenentatge de les matemàtiques a primària és la relació (i la diferència) que existeix entre una operació i el seu algorisme.
L'algorisme és el procediment que s'ha de seguir, pas a pas, per obtenir el resultat de l'operació. Aquesta relació, en canvi, com a objecte d'aprenentatge va molt més enllà de saber executar uns passos: implica reconèixer els diferents contextos on s'aplica, fer servir les seves propietats, identificar-ne regularitats i, sobretot, implica desenvolupar estratègies pròpies per resoldre les situacions contextualitzades corresponents.

Dos tipus de situacions associades a la divisió

Quan provem de reconèixer els diferents contextos en què s'aplica la divisió i que, per tant, haurien d'aparèixer a les activitats que proposem als infants, ens trobem que un mateix càlcul, com ara 22 : 4, pot respondre a 2 tipus de situacions ben diferents:

- De repartiment: coneixem la quantitat total d'elements a repartir entre un nombre determinat de grups i busquem el nombre d'elements que corresponen a cada grup. Aquesta situació respon al que anomenem una divisió partitiva (una nomenclatura que és útil pel docent, però que no cal traslladar a l'infant).



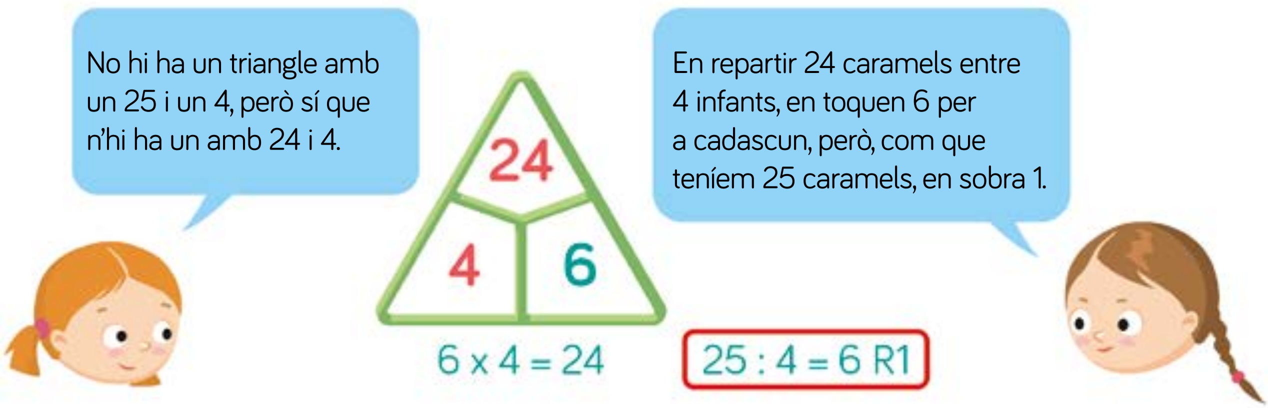
- D'agrupament: coneixem la quantitat total d'elements a repartir i el nombre d'elements que tindrà cada grup, i busquem el nombre de grups resultant. Aquesta situació respon al que anomenem una divisió quotativa.

Relació amb la multiplicació

La base per entendre que les 2 situacions descrites a l'apartat anterior es poden associar a una mateixa divisió rau en la propietat commutativa de la multiplicació. Per exemple, com que 5 x 4 i 4 x 5 donen el mateix resultat, aquest 20 es pot descompondre tant en 5 grups de 4 elements cadascun com en 4 grups de 5 elements cadascun.
En aquest sentit, per tant, resoldre una divisió sense residu, com, per exemple, 28 : 4, consisteix a trobar el factor que falta en la corresponent multiplicació si coneixem un dels factors (4) i el resultat (28).
Un bon recurs per apropar-se a la divisió entesa com l'operació inversa de la multiplicació són les Capsetes Multiplicatives, de les quals ja n'hem parlat a la Càpsula 11.

7 x 4 = 28
4 x 7 = 28
28 : 7= 4
28 : 4 = 7

Així, la proposta de resoldre un càlcul formal com 28 : 4 es transforma en completar la Capseta Multiplicativa que té un 28 a la cel·la superior, un 4 a la base i l'altra cel·la inferior buida. Com ja sabem, però, de vegades no és possible trobar cap Capseta Multiplicativa que respongui exactament al repartiment o agrupament que volem resoldre. Per exemple, pensem en l'enunciat que diu: "Si tenim 25 caramels per repartir entre 4 persones, quants caramels toquen a cadascú?". En aquests casos, caldria trobar una Capseta propera a la que necessitem.



En aquest exemple, hi apareix la noció de residu entès com el sobrant després de fer el repartiment. I, precisament, aquest és el seu autèntic significat, abans de presentar-lo dins de qualsevol algorisme de la divisió. De fet, considerem interessant presentar divisions amb i sense residu des del primer moment, tant en situacions de repartiment com d'agrupament: és així com apareixen, de manera natural, en la vida quotidiana.

La deducció en el context de la divisió

En paràgrafs anteriors, hem fet servir l'estreta relació que hi ha entre multiplicacions i divisions per explotar al màxim la derivació del repertori de fets coneguts - fets derivats d'unes a altres.

Tot i això, la derivació de fets nous a partir de fets que ja coneixem, una destresa clau dins la dimensió de Raonament i prova, no s'acaba aquí. El reconeixement de les relacions entre el dividend, el divisor, el quocient i el residu és una font de regularitats que permet derivar nous fets a partir dels que ja coneixem.

Primeres deduccions

Entenem per "primeres deduccions" el fet de buscar una resposta a preguntes com ara: "Si augmentem el divisor en una unitat, com canviaran el quocient i el residu?". Perquè l'infant pugui donar sentit a aquesta pregunta, hem de contextualitzar-la ja sigui en una situació de repartiment o d'agrupament. Posem-ne un parell d'exemples:

1. Posem 70 fitxes damunt la taula i proposem als infants que les posin en grups de 4 en 4. En acabar la tasca, haurem pogut formar 17 grups de 4 i ens hauran sobrat 2 fitxes. Escrivim a la pissarra: "70 : 4 = 17 R2", i preguntem què hauria passat si, inicialment, en lloc de 70 fitxes, n'hi hagués 71. Pretenem que els infants dedueixin que encara serveixen els 17 grups de 4 fitxes, però que, ara, ens en sobraran 3 en lloc de 2. Representem a la pissarra aquesta conclusió: 71 : 4 = 17 R3. A continuació, escrivim, sota d'aquesta, una altra divisió: 72 : 4 = ___, i demanem que en dedueixin el resultat. Pretenem que recorrin a la situació anterior per concloure que 72 : 4 = 18. Lògicament, el primer impuls de molts infants serà respondre "17 R4", però el context hauria de permetre'ls veure que aquesta resposta no té sentit perquè, amb les 4 fitxes que sobren, es podria fer un nou grup, el que fa 18.

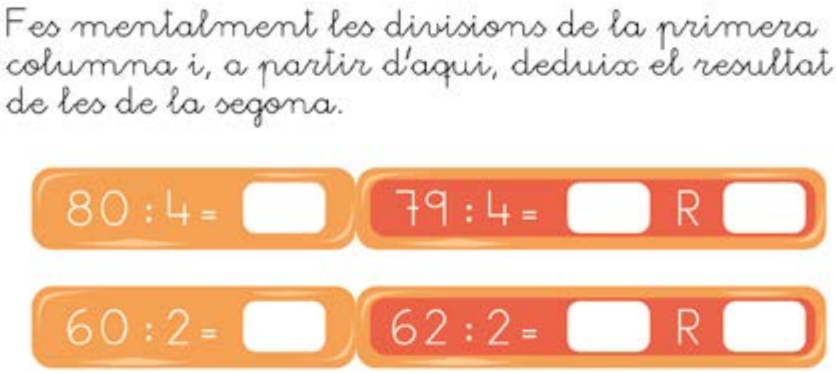
2. Posem 100 cubets encaixables damunt la taula i proposem als infants que en facin 6 torres iguals, tan altes com sigui possible. Per començar, agrupem 60 cubets en 6 torres de 10 i anem repartint els 40 cubets restants fins a tenir 6 torres de 16 cubets cadascuna, amb 4 cubets sobrants. Escrivim a la pissarra: "100 : 6 = 16 R4", i preguntem què hauria passat si, inicialment, en lloc de 100 cubets, n'hi hagués 99. Pretenem que els infants dedueixin que encara serveixen les torres de 16 cubets, però que ara ens en sobraran 3 en lloc de 4. Representem a la pissarra aquesta conclusió: 99 : 6 = 16 R3. A continuació, escrivim, sota d'aquesta, altres divisions: 98 : 6 = ___, 97 : 6 = ___, 96 : 6 = ___ i 95 : 6 = ___. I, llavors, demanem als infants que en dedueixin els resultats. Pretenem que recorrin a la situació anterior per concloure que 98 : 6 = 16 R2, 97 : 6 = 16 R1, 96 : 6 = 16 i la més interessant: 95 : 6 = 15 R5. Per resoldre aquesta última divisió potser cal tornar, momentàniament, al suport del material manipulatiu i concloure que ja no es poden fer 6 torres de 16, sinó que, perquè les torres siguin iguals, les hem de fer d'alçada 15 i ens sobraran 5 cubets. Amb tot, insistim: aquesta tornada a la manipulació ha de ser puntual, per donar sentit contextual a la pregunta la primera vegada que es formula.

A partir d'aquest moment, la reflexió sobre la situació contextualitzada ha d'ajudar l'infant a pensar: "Si amb 96 cubets puc fer 6 torres de 16 sense que en sobri cap, amb un cubet menys podria fer 5 torres d'alçada 16 i, quan intenti formar la sisena torre, me'n faltarà un. Així doncs, per equiparar l'alçada de les 6 torres només puc posar 15 cubets en cadascuna i me'n sobraran 5".
També cal tenir en compte que no n'hi ha prou a fer aquest raonament un dia i confiar que els infants l'utilitzaran de manera autònoma sempre que necessitin canviar una divisió per una altra més fàcil. Hem d'encoratjar l'ús d'aquest tipus de raonament, tot practicant-lo periòdicament, fins i tot després d'haver presentat altres estratègies de càlcul (com podria ser un algoritme), i també valorant positivament i de forma explícita cada vegada que ells i elles raonin així per iniciativa pròpia.

A continuació, vegem 3 exemples de propostes que podem fer als infants:

1. Partim d'un resultat donat en el mateix enunciat.

2. Suggerim una divisió de la qual se'n pot deduir el resultat d'una altra de més complexa, però no es dona cap resultat.


Fes mentalment les divisions de la primera columna i, a partir d'aquí, dedueix el resultat de les de la segona.

80 : 4 = ☐ | 79 : 4 = ☐ R ☐

60 : 2 = ☐ | 62 : 2 = ☐ R ☐

3. Presentem 2 càlculs entre els quals l'infant ha d'escollir: un l'ha de calcular i l'altre, deduir-lo a partir d'aquí.


Tria 1 de les 2 divisions, fes-la per escrit i dedueix el resultat de l'altre

225 : 8 = ☐ R ☐

226 : 8 = ☐ R ☐

Per últim, és important comprendre i valorar positivament l'estratègia que consisteix a simplificar les operacions necessàries per resoldre les situacions contextualitzades proposades. Per exemple, amb un enunciat com ara: "Estem preparant un concert al pati de l'escola. Tenim 159 cadires plegables i volem posar-ne 8 a cada fila. Quantes files farem?", celebrarem que un alumne no efectuï l'algoritme de la divisió, sinó que enregistri "160 : 8 = 20, per tant: 159 : 8 = 19 R7".

Estratègia de descomposició

L'estratègia de descomposició, tal com ja hem comentat a les Càpsules 5, 6, 7, 10 i 11, juga un paper molt important en els moments de sumar, restar o multiplicar. Però la descomposició també és una estratègia fonamental quan hem d'efectuar una divisió, ja que permet resoldre-la sense fer servir un algoritme. Vegem 2 exemples on l'estratègia de descomposició permet calcular 91 : 7 i 55 : 3.

$91 = 70 + 21$ | $70 : 7 = 10$, $21 : 7 = 3$ | $91 : 7 = 13$

$55 = 30 + 25$ | $30 : 3 = 10$, $25 : 3 = 8$ R1 | $55 : 3 = 18$ R1

Per presentar aquesta estratègia, proposem un parell de situacions contextualitzades:

1. Al menjador escolar preparen platets de postres amb 3 albercocs en cada platet.

Preguntem quants platets poden preparar amb 60 albercocs i enregistrem la resposta a la pissarra: 60 : 3 = 20 (un resultat que els alumnes poden deduir a partir de 6 : 3 = 2).

Llavors, el personal del menjador s'adona que a la nevera hi havia 18 albercocs més sense repartir, i els reparteixen en aquest moment.

Preguntem quants platets extra es poden preparar i quina operació representa aquest segon repartiment. Escrivim a la pissarra, a sota de la primera divisió, 18 : 3 = 6.
Finalment, preguntem quants albercocs s'han repartit al final, quants platets han preparat en total i si han sobrat albercocs. Després, representem la resposta a la pissarra, al costat del que ja hi havíem escrit:

$60 : 3 = \boxed{20}$ | $78 : 3 = \boxed{26}$

$18 : 3 = \boxed{6}$

2. La pastissera reparteix 40 nabius en 4 cassoletes iguals.

Preguntem quants nabius ha posat a cada cassoleta i enregistrem la resposta a la pissarra: 40 : 4 = 40.

A continuació, expliquem que la pastissera s'adona que té 15 nabius més que no ha repartit i els reparteix en aquest moment.

Preguntem quants nabius s'afegeixen a cada cassoleta i quina operació representa aquest segon repartiment. Escrivim a la pissarra, sota la primera divisió, 15 : 4 = 3 R3.

Finalment, preguntem quants nabius s'han fet servir en total, quants s'han posat a cada cassoleta i quants n'han sobrat i representem la resposta al costat del que ja havíem escrit a la pissarra.

40 : 4 = 10
15 : 4 = 3 R3
55 : 4 = 13 R3

Cal destacar que, a diferència del que passa amb la multiplicació, la suma i la resta, en què la descomposició més convenient és la descomposició decimal (54 = 50 + 4, 26 = 20 + 6, 12 = 10 + 2, etc.), en el cas de la divisió no és així. En la divisió, la descomposició additiva més eficient passa per expressar el dividend com a suma de múltiples del divisor tot deixant que, com a màxim, només 1 dels sumands doni lloc a una divisió amb residu.

A continuació, mostrem 2 possibles descomposicions en 3 sumands associades a una mateixa divisió:

220 = 90 + 90 + 40
90 : 9 = 10
90 : 9 = 10
40 : 9 = 4 R4
220 : 9 = 24 R 4

220 = 180 + 36 + 4
180 : 9 = 20
36 : 9 = 4
4 : 9 = 0 R4
220 : 9 = 24 R 4

També és important observar que, en un inici, la recerca d'aquestes descomposicions s'ha de plantejar com una tasca oberta (que, per a alguns alumnes, suposarà un veritable problema matemàtic) que ens permet, com a mestres, valorar el sentit numèric i el càlcul mental que han aconseguit desenvolupar els infants a partir del treball plantejat prèviament en relació a les operacions multiplicatives.
Saber dividir no és dominar l'algoritme de la divisió, al qual s'hi pot arribar més endavant, sinó poder resoldre un cert tipus de qüestions utilitzant estratègies que no necessàriament han de passar per l'execució de l'algorisme estàndard. En aquesta càpsula hem proposat, doncs, un tractament del tema que, respectant el principi exposat, permet retardar l'aprenentatge de l'algorisme en favor de la construcció d'estratègies de càlcul en un sentit més ampli i significatiu.

© 2019 per Innovamat Education, S.L.
Avinguda de la Generalitat, 216
08174 Sant Cugat del Vallès, Barcelona