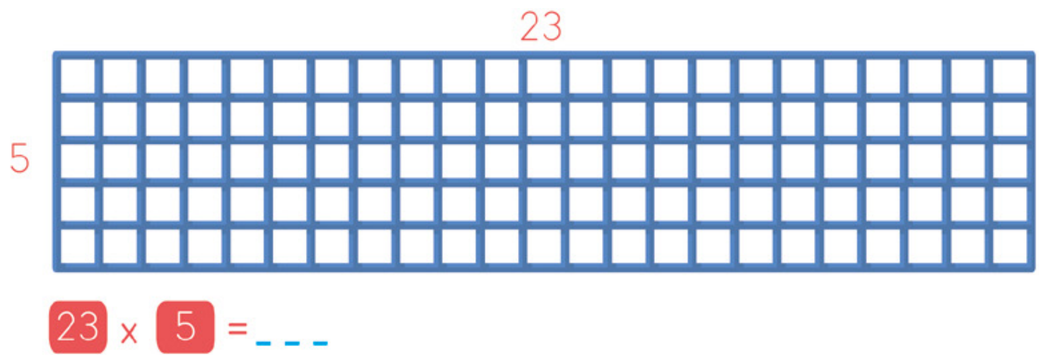
El model rectangular de la multiplicació

A la Càpsula 10, hem explicat que entenem la multiplicació com una suma iterada de grups de la mateixa quantitat d'elements. Quan aquests elements estan disposats en files i columnes, apareix el model rectangular. Aquest model és bàsic per entendre la multiplicació i les seves propietats, especialment la commutativa i la distributiva. Concretament, la propietat distributiva és la que ens permet estendre aquesta operació més enllà de les taules.

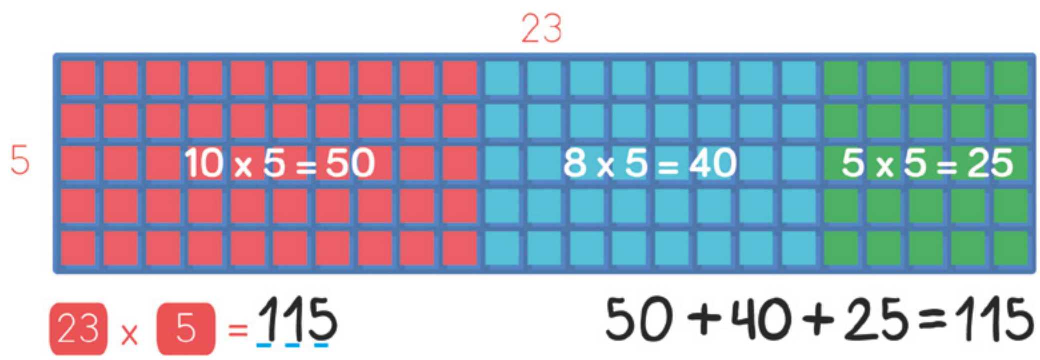
Introducció

Entenem per model rectangular de la multiplicació la relació que establim entre una multiplicació, com, per exemple, 23 x 5, amb el comptatge d'elements disposats de manera ordenada (en aquest cas, 23 columnes i 5 files).



Ja hem explicat que aquest model, més enllà d'establir una primera connexió entre la multiplicació i la mesura de l'àrea dels rectangles, és fonamental per evidenciar davant l'alumnat la propietat commutativa de la multiplicació: la quantitat de quadradets és la mateixa tant si posem el rectangle en horitzontal (23 x 5) com en vertical (5 x 23).

En aquesta càpsula, però, ens centrem en una altra propietat. El model rectangular permet evidenciar la propietat distributiva de la multiplicació, sobre la qual es basa el càlcul de multiplicacions més enllà de les taules. Si prenem la imatge anterior d'exemple, per comptar el nombre de quadradets que hi ha a la quadrícula, podem descompondre el rectangle en rectangles més petits, calcular el total de quadradets en cadascun per separat i, finalment, sumar els resultats parcials per obtenir el resultat total:

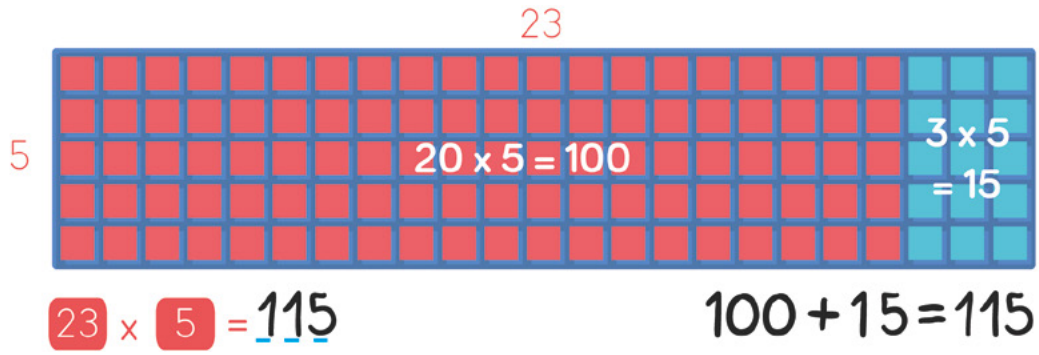


La regla del 0

Les destreses bàsiques sobre les quals es fonamenta el model rectangular són:

- La descomposició dels factors més grans que 10.
- El càlcul de les multiplicacions resultants d'aquesta descomposició.

Davant d'una multiplicació com ara 23 x 5, en què un dels factors és més gran que 20 i l'altre és més petit que 10, una descomposició que l'alumnat identifica ràpidament com a eficient és aquella en la qual s'utilitza el 10 o nombres múltiples de 10. Per exemple, en el cas del nombre 23, una descomposició eficient seria 10 + 10 + 3, i una altra seria 20 + 3. Cal tenir en compte que descompondre els factors d'aquesta manera són les opcions més òptimes (i les que permeten aplicar la regla del 0), però no les úniques.



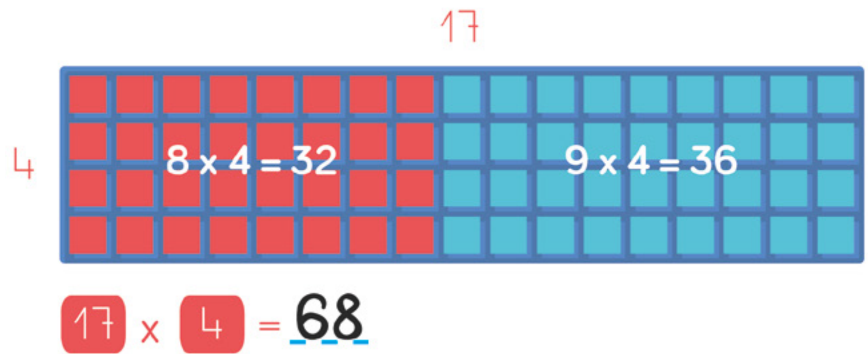
A l'aula, és important dedicar temps a treballar aquests processos per tal que l'alumnat s'acostumi a deduir ràpidament, a partir dels resultats que ja coneix de les taules de multiplicar, els càlculs parcials que resulten de descompondre els factors. Una possible dinàmica d'aula per treballar la regla del 0 a l'aula és la següent:

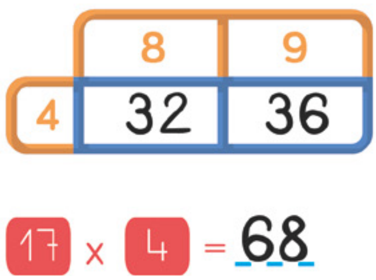
> Agafem 4 safates i posem 2 barres dels blocs base 10 a cadascuna. Preguntem a l'alumnat quantes barres hi ha entre totes les safates i representem la seva resposta amb la multiplicació "4 vegades 2 és 8". A continuació, preguntem quantes unitats hi ha a cada safata i quantes n'hi ha entre totes 4, i representem la nova resposta a sota de l'anterior: "4 vegades 20 és 80".
> Podem repetir les preguntes fent servir, per exemple, 6 safates amb 3 bitllets de 10 € a cadascuna, preguntant, primer, quants bitllets hi ha en total (6 x 3 = 18) i, després, quants diners hi ha (6 x 30 = 180).
> Per acabar, escrivim al costat de les parelles de multiplicacions anteriors una nova parella, com ara 7 x 4 = ___ i 7 x 40 =___, i demanem a l'alumnat que les resolgui i expliqui com ha arribat al resultat. Pretenem que verbalitzi el que es coneix com "la regla del 0": si 7 x 4 = 28, llavors 7 x 40 = 280.

En el futur, farem el mateix utilitzant plaques dels blocs base 10 o bitllets de 100 €, per tal d'anar un pas més enllà en el descobriment de "la regla del 0": si 7 x 4 = 28, 7 x 400 = 2 800. I, en un futur encara més llunyà, fins i tot, treballarem la regla del 0 amb nombres encara més grans: si 14 x 35 = 490, 140 x 350 = 49 000.

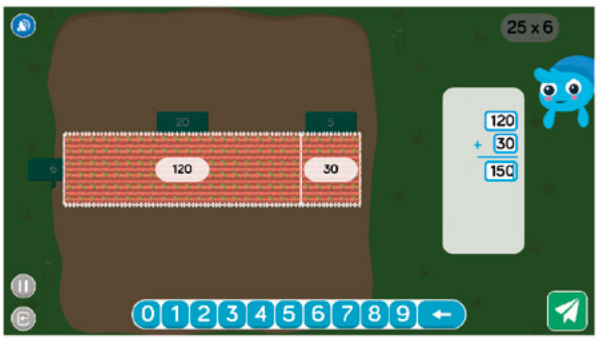
L'esquema multiplicatiu

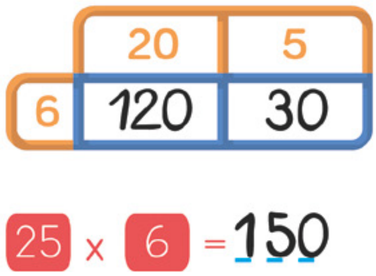
Quan practiquem les taules, operem amb multiplicacions en què tots 2 factors són nombres menors que 10. Més endavant, presentem situacions on 1 dels 2 factors augmenta al rang 10-20. Un cop hem arribat a aquest punt, mitjançant la conversa matemàtica, fomentem que l'alumnat s'adoni per si mateix dels beneficis de descompondre el rectangle en rectangles més petits, que facilitin el càlcul de la quantitat total. En qualsevol cas, el model rectangular ha d'acabar transformant-se en un esquema multiplicatiu més senzill de fer servir, un esquema que representi la mateixa descomposició del rectangle però amb un grau d'abstracció més elevat, on ja no serà possible comptar els quadradets d'1 en 1.



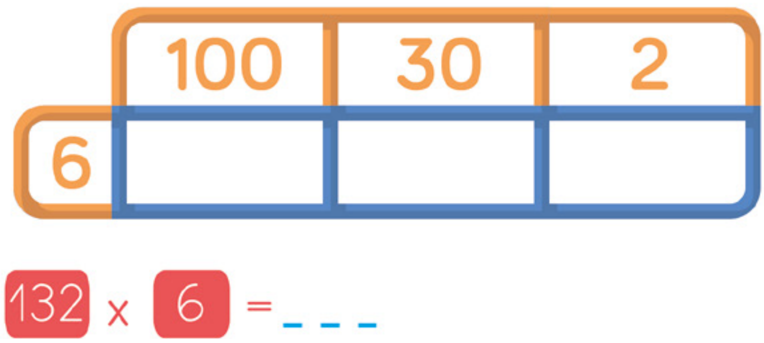


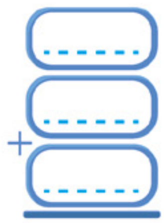
El següent pas en el procés d'aprenentatge de les multiplicacions consisteix a augmentar el rang dels factors: resolem multiplicacions en què 1 dels factors és 1 nombre entre 20 i 100 i l'altre és 1 nombre més petit que 10.



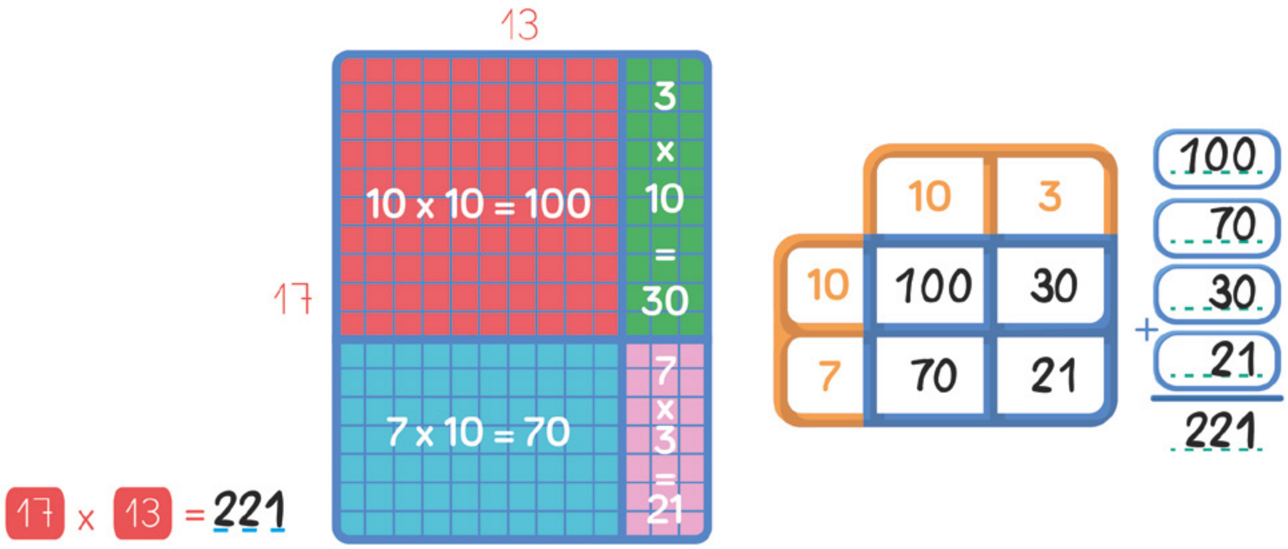


Aquest augment de rang ha de ser progressiu i continuar més enllà: les següents multiplicacions que demanarem als infants tindran un factor en el rang 20 - 200 i l'altre més petit que 10. A conseqüència d'aquest augment de rang, cal estendre l'esquema de la multiplicació:





L'última etapa d'aquest recorregut consisteix a treballar multiplicacions en què tots 2 factors són nombres més grans que 10, és a dir, multiplicacions en què cal descompondre ambdós factors. En aquest cas, ho representem de la següent manera:

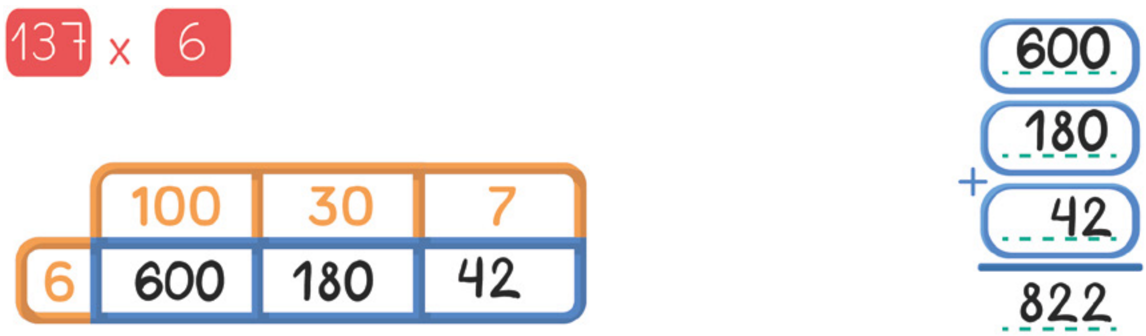


L'algorisme estàndard de la multiplicació

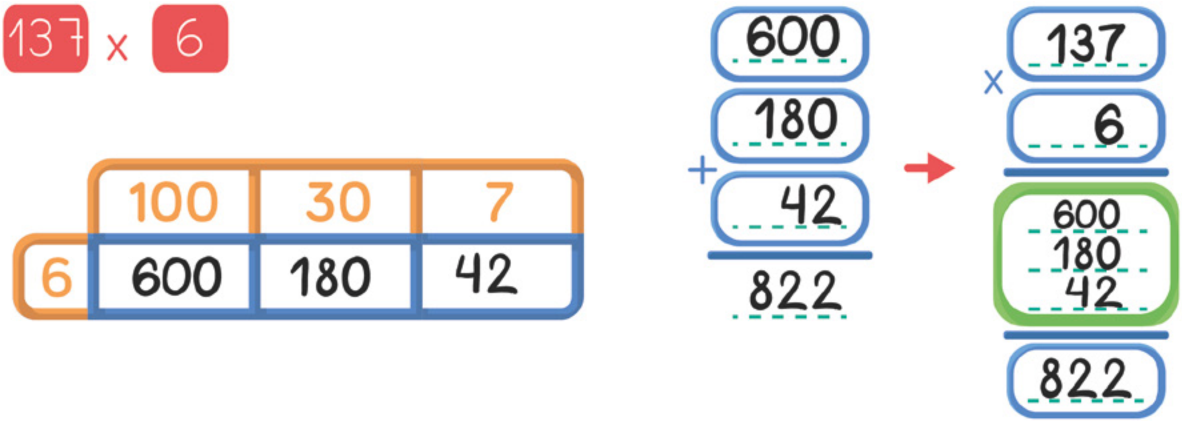
Si obviem la flexibilitat de descomposar els factors al gust de la persona que realitza el càlcul, no hi ha dubte que l'esquema multiplicatiu és un algorisme de la multiplicació. De fet, malgrat que no és el tradicional, l'esquema multiplicatiu no n'està tant lluny i, a més, ens permet arribar a l'estàndard de manera transparent.

A continuació, veurem com podem passar, de manera **transparent**, de l'esquema multiplicatiu a l'algorisme en cas que 1 dels factors sigui menor que 10.

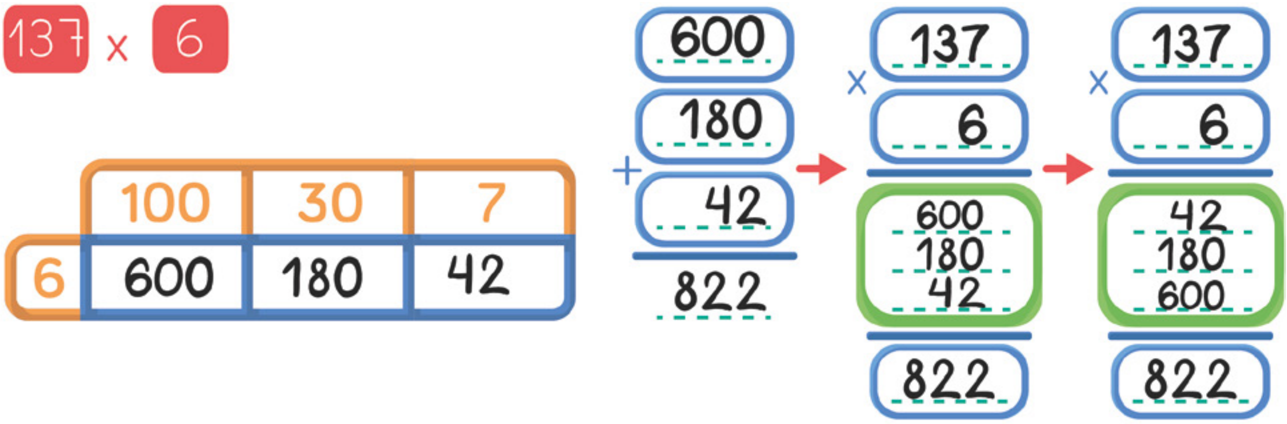
Comencem fent la multiplicació mitjançant l'esquema multiplicatiu, com sempre, posant molta cura en l'ús del llenguatge amb el qual acompanyem el procediment. Per exemple, si proposem la multiplicació 137 x 6, verbalitzem que descomponem el 137 com 100 + 30 + 7 i, tot seguit, fem les multiplicacions parcials pertinents: 100 x 6 = 600, 30 x 6 = 180 i 7 x 6 = 42, i sumem aquests resultats per obtenir el resultat final: 137 x 6 = 822.



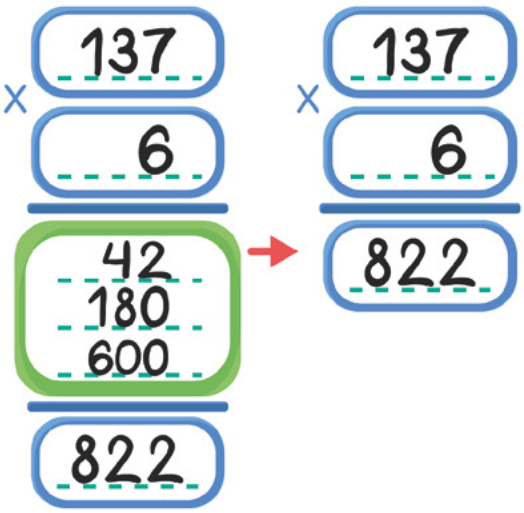
Llavors, expliquem a l'alumnat que hi ha una manera de compactar els càlculs fets a l'esquema anterior: posem el 137 i el 6 un a sota de l'altre, sense enregistrar la descomposició del 137, i enregistrem en una capseta verda els resultats parcials de multiplicar el nombre 137 descompost: 600 (100 x 6), 180 (30 x 6) i 42 (7 x 6).



L'ordre en què fem les multiplicacions parcials és indiferent, però, amb l'objectiu d'apropar-nos a l'algoritme estàndard, podem suggerir que, malgrat que no és l'opció més intuïtiva, comencin per les unitats, continuïn per les desenes i acabin per les centenes.



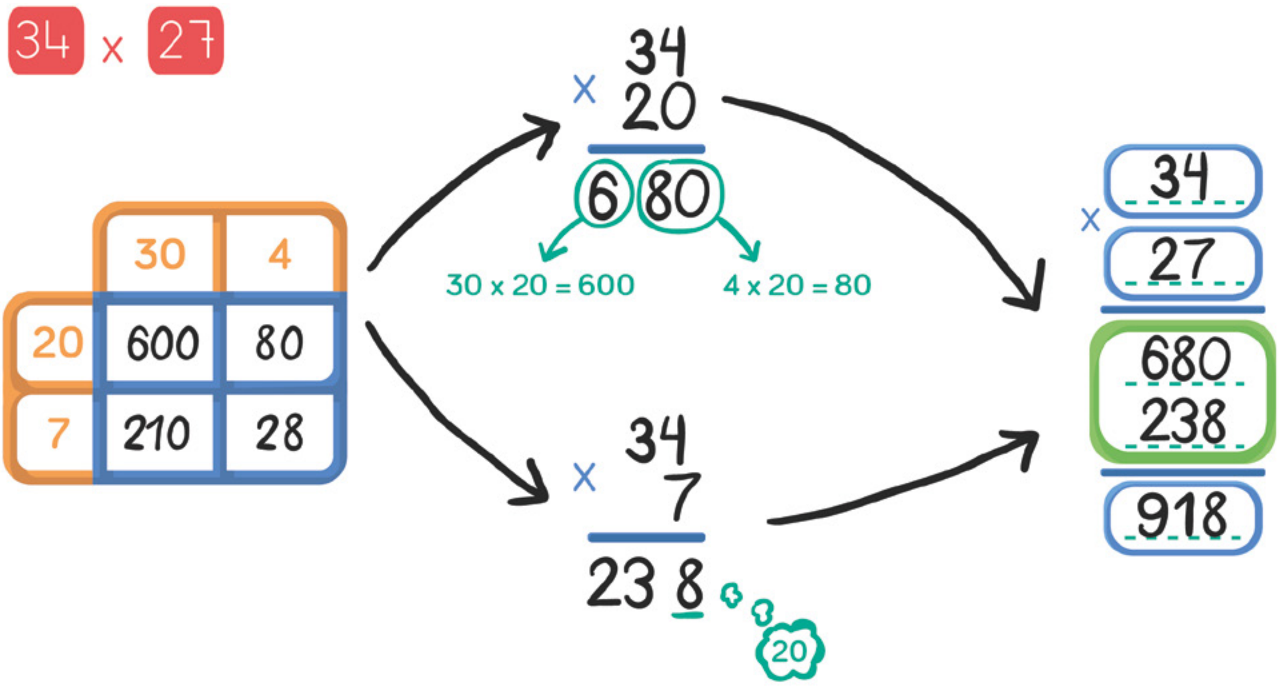
Per últim, després de molta pràctica amb multiplicacions com aquesta, l'alumnat començarà a entendre que pot compactar el registre i, fins i tot, estalviar-se d'anotar els productes parcials a la capseta verda:



El discurs oral que acompanya aquest últim registre ha de mantenir-se fidel al que fèiem fins al pas anterior:

- 7 x 6 = 42, anoto el 2 i tinc present que me'n queden 40 per anotar (puc deixar el 40 enregistrat a prop per no oblidar aquest assumpte pendent).
- 30 x 6 = 180, però, com tenia pendent anotar 40, hauria d'afegir 220 al 2 que ja tenia anotat. D'aquest 222, deixo anotat 22 posant un 2 davant del 2 que ja tenia escrit i tinc present que em queden 200 per anotar (puc deixar el 200 registrat a prop per no oblidar aquest assumpte pendent).
- 100 x 6 = 600, però, com tenia pendent anotar 200, hauria d'afegir 800 al 22 que ja tenia anotat, deixant un total de 822.

En cas d’afrontar multiplicacions en les quals tots 2 factors tenen més d’1 xifra, cal adaptar aquest procediment de simplificació:



Òbviament, l‘ordre entre els nombres 680 i 238, que apareixen a la part dreta de la imatge, és intercanviable (de fet, en l’algorisme tradicional acostuma a ser a l’inrevés). El que sí creiem fonamental, però, és no deixar d’escriure mai el 0 que apareix destacat a la imatge, és a dir, no escriure un 68 tot deixant un espai en blanc en el lloc del 0, tal com molts de nosaltres vam aprendre quan anàvem a escola.

© 2019 per Innovamat Education, S.L.
Avinguda de la Generalitat, 216
08174 Sant Cugat del Vallès, Barcelona

Reservats tots els drets a favor de l'editor de l'obra. El contingut i les imatges d'aquesta publicació no podran ser reproduïts total o parcialment, transmesos, tractats (informàticament o qualsevol altre sistema), llogats, cedits o explotats sense permís previ i per escrit de InnovaMat Education, S.L.