

Les taules de multiplicar

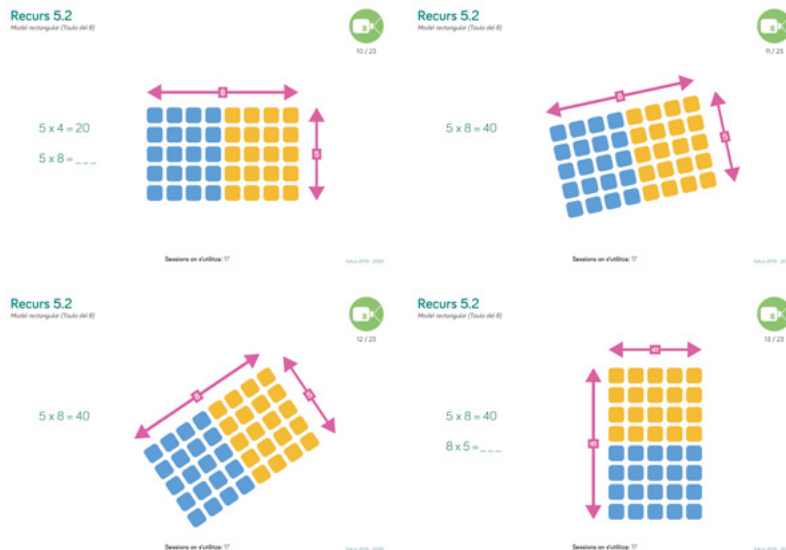
Introducció

Les primeres idees de pensament multiplicatiu es treballen al llarg de cicle inicial, per exemple, quan calculem dobles i meitats, o quan comptem grups iguals d'objectes. Aquest tipus de pensament, però, pren molt més protagonisme a cicle mitjà. Ja a 3r és fonamental descobrir i construir amb els infants el que anomenem “les taules de multiplicar”. En aquesta càpsula ens centrarem precisament en això: en la construcció de les multiplicacions que tenen els 2 factors dins el rang 1-10.

La construcció de les taules

Hi ha algunes consideracions comunes per tots els itineraris que seguirem a l'hora de construir les taules del 2 al 9:

- Recorrem al comptatge de grups iguals d'objectes per aconseguir els resultats de cada taula. Això vol dir que, per exemple, per a la taula del 3, busquem els resultats del total d'objectes agrupats de 3 en 3. A més, aquestes agrupacions d'objectes no haurien de ser qualssevol: han de poder-se trobar representades i agrupades a la vida quotidiana.
- Aquest model de grups, sense esmentar el model rectangular, fa difícil evidenciar davant dels infants la que coneixem com a propietat commutativa de la multiplicació. I no només davant dels infants, els adults també entenem com quelcom molt diferent treballar 8 hores guanyant 4 € l'hora que treballar 4 hores guanyant 8 € l'hora malgrat que, en els dos casos, el guany total sigui de 32 €. El model rectangular, en canvi, sí que permet comprendre aquesta propietat commutativa. És a dir, permet visualitzar per què, per exemple, 5 vegades 8 té el mateix resultat que 8 vegades 5.



Parlarem d'aquest model a la Càpsula 11.

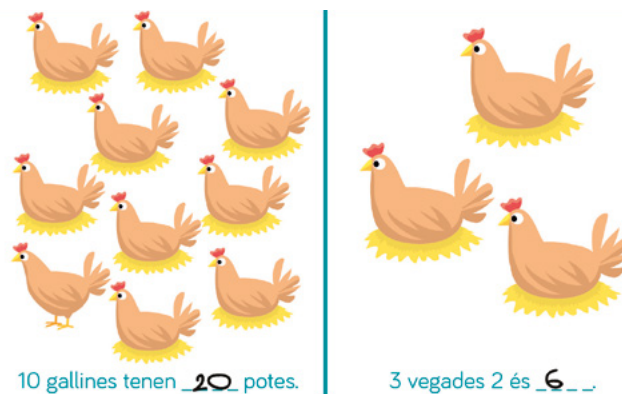
- Donem importància a verbalitzar les multiplicacions amb la paraula “vegades” en lloc de “per”. És a dir, com que 6×4 el presentem com el comptatge dels objectes que hi ha en 6 grups de 4, el llegim “6 vegades 4” i no “6 per 4”.
- Proposem un ordre de descobriment de les taules (2, 5, 4, 8, 3, 6, 9 i 7) basat en la possibilitat de construir els resultats d'una taula tot deduint-los a partir dels resultats de les treballades prèviament, mantenint la importància del binomi fets coneguts - fets derivats.
- Dins d'una mateixa taula, no seguim un ordre estricte en l'obtenció dels diferents resultats, perquè busquem que l'alumnat, en preguntar-li per un resultat en concret, no necessiti recitar els resultats anteriors de la taula per respondre.
- Analitzem cada taula posant èmfasi en els patrons que existeixen en els seus resultats, per tal d'ajudar els infants a automatitzar-les.

Entenem l'automatització de les taules com l'estadi intermedi entre el comptatge del nombre total d'objectes d'una agrupació (per exemple, sabem que el total de formar 3 grups de 7 és 21 perquè sumem $7 + 7 + 7$) i l'adquisició d'aquesta quantitat com a fet conegut (en el cas de l'exemple anterior, memoritzar que $3 \times 7 = 21$). No considerem necessari que els infants memoritzin tots els resultats de les taules com a fets coneguts, però és fonamental que, en acabar el cicle mitjà, entre els fets coneguts i els fets que sap derivar-ne amb fluïdesa, sí que disposin de tots aquests resultats.

Taula del 2

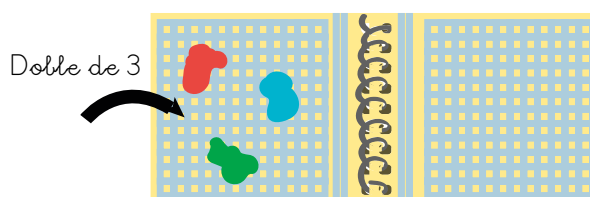
La primera taula que presentem és la taula del 2, tenint en compte la seva relació amb el comptatge de 2 en 2 i el càlcul de dobles, que els alumnes han estat practicant des de cicle inicial.

- La descobrim a partir del comptatge del nombre de potes o rodes de diferents quantitats de gallines o bicicletes.



Val la pena observar que, en la imatge anterior, a una gallina se li veuen les 2 potes (per recordar-los aquest fet elemental), però a la resta no. Així evitem que els infants comptin d'1 en 1 les potes de les gallines.

- A mesura que anem obtenint els resultats de la taula (com podrien ser $10 \times 2 = 20$ o $3 \times 2 = 6$), els anotem en un full ben visible i els enganxem en algun lloc de la pissarra. Fem el mateix procés amb totes les operacions de la taula. En acabat, proposem ordenar tots els resultats que tenim a la pissarra de petit a gran, disposant-los un sota de l'altre amb la finalitat que els alumnes en detectin els primers patrons:
 - Passar d'un resultat al següent és fer 1 salt de 2 cap endavant.
 - Recitar tots els resultats de la taula del 2 en ordre és com comptar de 2 en 2 cap endavant.
 Si no es vol limitar aquesta idea només a la vessant numèrica, podem connectar els grups de 2 objectes amb els dobles i la simetria. Jugant amb taques de pintura fresca a la meitat d'un paper que dobleguem es poden veure diversos grups de 2 taques del mateix color. I, per comptar el total de taques, en tenim prou amb calcular el doble de la quantitat de taques inicials:



- Finalment, proposem als infants que analitzin els resultats obtinguts des d'altres perspectives. Per exemple, en cas d'emplenar l'esquema que apareix a continuació, podrien observar que:
 - A la primera fila, els resultats són d'1 xifra mentre que, a la segona, tots els resultats són de 2 xifres i amb un 1 en el dígit de l'esquerra.
 - A totes les columnes, els resultats comparteixen el dígit de les unitats.

Taula del 2	2 <small>1x2</small>	4 <small>2x2</small>	6 <small>3x2</small>	8 <small>4x2</small>
10 <small>5x2</small>	12 <small>6x2</small>	14 <small>7x2</small>	16 <small>8x2</small>	18 <small>9x2</small>

A partir de l'enfocament que fem per presentar la taula del 2, que és el mateix per a la resta de taules del 2 al 9, es pot entendre que no té massa sentit parlar de la taula de l'1. Per clarificar-ho ens podem preguntar: "Quin sentit tindria fer un tractament especial per comptar grups amb 1 objecte a cada grup? Necessitem recórrer al pensament multiplicatiu si els demanem quants caps tenen 8 girafes?".

Les taules de l'1 i del 0 són necessàries únicament sota la perspectiva de l'algorisme tradicional de la multiplicació. Per exemple, quan multipliquem 145×17 sí que recorrem a "la taula de l'1". Tot i això, després d'haver treballat la propietat commutativa de la multiplicació, que ho farem molt aviat, els infants no trobaran cap dificultat a donar sentit a la multiplicació 2×1 , associant-la a 1×2 .

Taula del 5

La segona taula que presentem és la del 5, tot basant-nos en la familiaritat que mostren els infants amb el comptatge de 5 en 5.

- La presentem a partir del comptatge de diferents quantitats de bitllets de 5 €, o dels dits de les mans.
- També en aquest cas, en obtenir cada resultat, l'anotem en un full i l'enganxem a la pissarra. Després, ordenem tots els resultats, fent que siguin visibles per poder detectar els primers patrons:
 - Recitar tots els resultats de la taula del 5 en ordre és com comptar de 5 en 5 cap endavant.
 - Passar d'un resultat a un altre és fer 1 salt de 5 cap endavant.
- De la mateixa manera que a la taula del 2, també proposem als infants que analitzin els resultats de la taula del 5 des d'altres perspectives, com, per exemple, a partir de l'esquema que apareix a continuació:
 - A la primera fila, els resultats acaben en 0 mentre que, a la segona, acaben en 5.
 - Els resultats comparteixen el dígit de les desenes a totes les columnes.

Taula del 5	10 <small>2x5</small>	20 <small>4x5</small>	30 <small>6x5</small>	40 <small>8x5</small>
5 <small>1x5</small>	15 <small>3x5</small>	25 <small>5x5</small>	35 <small>7x5</small>	45 <small>9x5</small>

Pel que fa a la taula del 10, els infants l'aniran construint per si mateixos de manera natural. La feina feta a cicle inicial, amb el comptatge acústic de 10 en 10; el comptatge resultatiu a partir del material (bitllets de 10 € i blocs base 10); i, també, l'ús del sistema de numeració decimal, agilitza i facilita l'aprenentatge de la taula del 10. Evidentment, donem molt de temps perquè l'alumnat arribi a aquest coneixement autònomament. Tot i això, si es vol, també es pot construir la taula del 10 tot comptant bitllets de 10 €, de manera anàloga al que hem fet amb la taula del 5. Per tal d'atendre a aquells infants que no hagin fet aquest pas per si mateixos, tractarem aquesta qüestió durant la primera sessió que dedicarem a les multiplicacions on un dels factors és de 2 xifres.

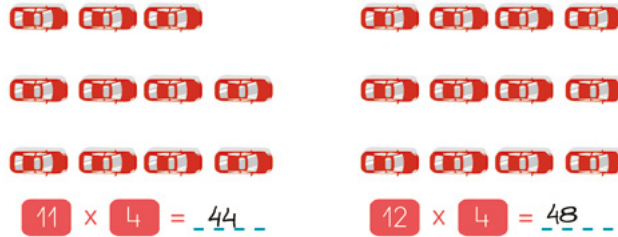
Taula del 4

A continuació, presentem la taula del 4 tot basant-nos en la seva relació amb els dobles d'una taula ja construïda: la del 2.

- La presentem a partir del comptatge de rodes de diferents quantitats de cotxes o de potes de gossos.
- En obtenir cada resultat, l'anotem en un full i l'enganxem a la pissarra. Després, ordenem tots els resultats de forma visible per poder detectar els primers patrons:
 - Recitar els resultats de la taula del 4 ordenats és com dir els dobles dels resultats de la taula del 2 (és fàcil entendre-ho si demanem als infants quantes potes davanteres tenen 6 gossos abans de preguntar-los quantes potes tenen en total).
 - Passar d'un resultat a un altre és fer 1 salt de 4 cap endavant.
- Proposem als infants que analitzin els resultats de la taula del 4 a partir d'un esquema com el que apareix a continuació per detectar, entre d'altres, que, a totes les columnes, els resultats comparteixen el dígit de les unitats.

Taula del 4	4 <small>1x4</small>	8 <small>2x4</small>	12 <small>3x4</small>	16 <small>4x4</small>
20 <small>5x4</small>	24 <small>6x4</small>	28 <small>7x4</small>	32 <small>8x4</small>	36 <small>9x4</small>

Històricament, a les aules es treballaven també les taules de l'11 i del 12. De fet, hi ha currículums que encara avui consideren important l'aprenentatge d'aquestes. Nosaltres pensem que es poden descobrir de manera natural, tot i que no hi ha una única manera de treballar-les. Concretament, proposem construir totes les taules fins al 10 i convidar els infants que descobreixin per si mateixos els 2 resultats que falten per arribar a fer grups d'11 i 12 elements. Per exemple, després de saber quantes rodes hi ha en 8, 9 o 10 cotxes, demanem que esbrinin quantes rodes hi ha en 11 o 12 cotxes.



Taula del 8

A continuació, creiem convenient presentar la taula del 8, tot basant-nos en la seva relació amb els dobles d'una taula ja presentada: la del 4.

- La presentem a partir del comptatge de potes de diferents quantitats d'aranyes. Representem les aranyes de costat per distingir-ne les potes visibles (que podem comptar a partir de la taula del 4) de les potes totals.

Quantes potes veus a la imatge?



Quantes potes tenen 7 aranyes?

- En obtenir cada resultat, l'anotem en un full i l'enganxem a la pissarra. Després, ordenem tots els resultats de forma visible per poder detectar els primers patrons:
 - Recitar els resultats de la taula del 8 és com dir els dobles dels resultats de la taula del 4.
 - Passar d'un resultat a un altre és fer 1 salt de 8 cap endavant (o millor encara: fer 1 salt de 10 cap endavant i 1 salt de 2 cap enrere).
- Finalment, proposem als infants que analitzin els resultats obtinguts des d'altres perspectives. Per exemple, en cas d'emplenar l'esquema que apareix a continuació, podrien observar que:
 - A totes les columnes, els resultats comparteixen el dígit de les unitats.
 - A les dues files, la quantitat de desenes augmenta d'1 en 1.

8	16	24	32	40	
1×8	2×8	3×8	4×8	5×8	
48	56	64	72		Taula del 8
6×8	7×8	8×8	9×8		

Taula del 3

A continuació, podem presentar la taula del 3 tot destacant la seva relació amb la taula del 2.

- La presentem a partir del comptatge de rodes de diferents quantitats de tricicles, o de vèrtexs de diferents quantitats de triangles. En el cas dels tricicles podem preguntar, en primer lloc, quantes rodes del darrere tenen (per connectar-ho amb la taula del 2) i, en segon lloc, quantes rodes tenen en total. D'aquesta manera reforçem la idea que, per saber un resultat de la taula del 3, a un nombre se li ha de sumar el seu doble.



7 vegades 2 és 14
7 vegades 3 és ___

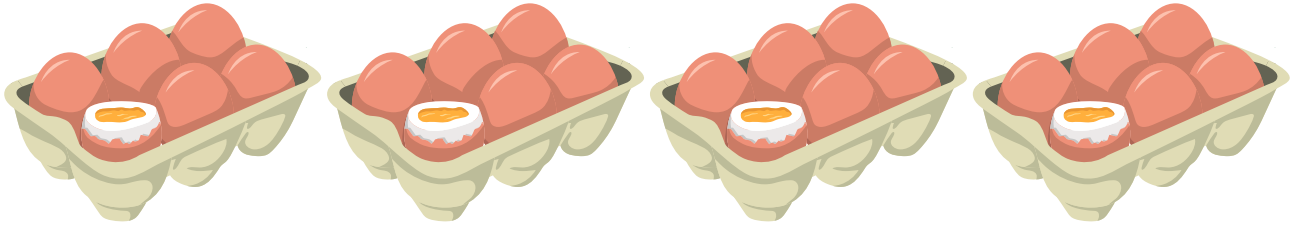
- En obtenir cada resultat, l'anotem en un full i l'enganxem a la pissarra. Després, ordenem tots els resultats de forma visible per poder detectar els primers patrons:
 - Recitar els resultats de la taula del 3 és com sumar un nombre amb el seu doble.
 - Passar d'un resultat a un altre és com fer 1 salt de 3 cap endavant.
- Finalment, proposem als infants que analitzin els resultats obtinguts des d'altres perspectives. Per exemple, en cas d'emplenar l'esquema que apareix a continuació, podrien observar que:
 - A totes les files, els resultats comparteixen el dígit de les desenes.
 - A cada columna, la suma dels díigits de cada nombre és la mateixa (3, 6 i 9, respectivament).

Taula del 3	3	6	9
	1×3	2×3	3×3
	12	15	18
	4×3	5×3	6×3
	21	24	27
	7×3	8×3	9×3

Taula del 6

A continuació, creiem convenient presentar la taula del 6 basant-nos en la seva relació amb els dobles d'una taula ja presentada: la del 3.

- La presentem a partir del comptatge de potes de diferents quantitats de formigues. Representem les formigues de costat, com hem fet amb les aranyes, per distingir-ne les potes visibles (que podem comptar a partir de la taula del 3) de les potes totals.
- A tots aquells infants que encara tinguin dificultats amb la taula del 3 o amb el càlcul de dobles se'ls pot proposar el comptatge d'objectes agrupats de manera que es posi de relleu una altra propietat. És a dir, per exemple, multiplicar un nombre per 6 és el mateix que multiplicar-lo per 5 i sumar-li el nombre inicial. Així, podem presentar-los 4 oueres plenes amb un ou trencat en cadascuna i preguntar-los quants ous sencers hi ha en total, abans de preguntar pel total d'ous (sencers i trencats).



- En obtenir cada resultat, l'anotem en un full i l'enganxem a la pissarra. Després, ordenem tots els resultats de forma visible per poder detectar els primers patrons:
 - Recitar tots els resultats de la taula del 6 és com calcular els dobles dels resultats de la taula del 3.
 - Passar d'un resultat a un altre és com fer 1 salt de 6 cap endavant.
- Finalment, proposem als infants que analitzin els resultats obtinguts des d'altres perspectives. Per exemple, en cas d'emplenar l'esquema que apareix a continuació, podrien observar que:
 - Tots els resultats són parells.
 - Amb l'excepció de la cel·la acolorida (8 x 6), a cada columna, la suma dels dígits dels nombres és la mateixa (6, 3 i 9, respectivament).

Taula del 6	6	12	18
	<small>1x6</small>	<small>2x6</small>	<small>3x6</small>
	24	30	36
	<small>4x6</small>	<small>5x6</small>	<small>6x6</small>
	42	48	54
	<small>7x6</small>	<small>8x6</small>	<small>9x6</small>

Taula del 9

Aquesta taula la construïm a partir de la seva relació amb la taula del 10.

- La descobrim a partir del comptatge d'objectes agrupats de 10 en 10, però amb la particularitat que un dels objectes de cada grup és clarament diferent de la resta. Aquesta agrupació fa que sigui possible comptar els grups de 9.

Quants cercles hi veus?
Quants d'ells són verds?



- En obtenir cada resultat, l'anotem en un full i l'enganxem a la pissarra. Després, ordenem tots els resultats de forma visible per poder detectar els primers patrons:
 - Recitar tots els nombres de la taula del 9 és com recitar la taula del 10 i restar 1 per cada grup de 10.
 - Passar d'un resultat a un altre és com fer 1 salt de 9 cap endavant (o millor encara: fer 1 salt de 10 cap endavant i 1 salt d'1 cap enrere).
- Proposem als infants que analitzin els resultats de la taula del 9 a partir d'un esquema com el que apareix a continuació per detectar, per exemple, que, en tots els casos, la suma de les xifres és 9.

Taula del 9	9 1 x 9	18 2 x 9	27 3 x 9	36 4 x 9
	45 5 x 9	54 6 x 9	63 7 x 9	72 8 x 9
	81 9 x 9			

Una conclusió que, si representem els resultats en un àbac, encara és més evident, perquè la suma de les xifres es tradueix en la quantitat de boles que s'utilitzen en cada representació:

Taula del 9				

Taula del 7

L'última taula que presentem, la del 7, és la que es podria considerar com la més difícil d'automatitzar. Tanmateix, hem de tenir en compte que és una taula de la qual només hi ha 1 resultat que no coneixem i hem d'incorporar ($7 \times 7 = 49$); tots els altres resultats provenen d'aplicar la propietat commutativa a 1 resultat d'una taula que ja hem estudiat.

- La presentem a partir del comptatge de dies en una quantitat determinada de setmanes, tot distingint els dies feiners del cap de setmana. D'aquesta manera, destaquem la relació de la nova taula amb 2 taules que ja coneixem (la del 2 i la del 5).
- En obtenir cada resultat, l'anotem en un full i l'enganxem a la pissarra. Després, ordenem tots els resultats de forma visible per poder detectar els primers patrons:
 - Recitar els nombres de la taula del 7 és com calcular aquell nombre multiplicat per 5 i sumar-li el seu doble.
 - Passar d'un resultat a un altre és com fer 1 salt de 7 cap endavant.
- Finalment, proposem als infants que analitzin els resultats obtinguts des d'altres perspectives. Per exemple, en el cas d'emplenar l'esquema que apareix a continuació podrien observar que:
 - Les xifres de les desenes de tots els resultats va creixent d'1 en 1 a cada fila (0, 1, 2 a la primera fila; 2, 3, 4 a la segona; 4, 5, 6 a la tercera).
 - Si mirem, per columnes, les xifres de les unitats de dreta a esquerra també es fa evident el patró (1, 2, 3... fins a 9).

Taula del 7	7 <small>1x7</small>	14 <small>2x7</small>	21 <small>3x7</small>
	28 <small>4x7</small>	35 <small>5x7</small>	42 <small>6x7</small>
	49 <small>7x7</small>	56 <small>8x7</small>	63 <small>9x7</small>

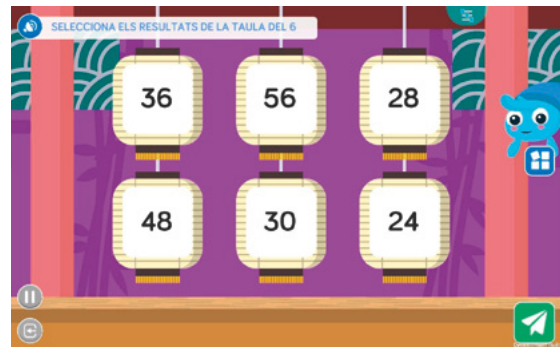
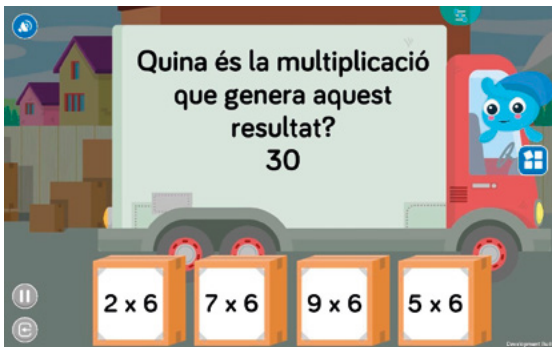
De la construcció a la memorització de les taules

A mesura que anem aprenent noves taules, és important repassar i recordar les que ja hem construït. D'aquesta manera, oferim oportunitats als infants d'eixamplar el seu repertori de fets coneguts en relació als resultats de les taules. Ho podem fer en el context d'una activitat breu, com, per exemple:

- Proposem als infants que trobin quin és l'intrús entre 4 resultats:

2×4	4×3
3×5	4×4

- Donem als infants rètols amb les multiplicacions 6×6 , 6×7 , 6×8 , 6×9 , 7×7 , 7×8 , 7×9 , 8×8 , 8×9 i 9×9 i demanem que els ordenin de petit a gran en funció del resultat.
- Proposem diferents miniaplicacions dissenyades específicament per aquest objectiu:



El camí cap a la memorització d'una quantitat suficient de resultats de les taules no té la mateixa durada per a tots els infants. El que és segur és que, després d'haver-les construït, el domini no és immediat. Recórrer aquest camí requereix temps i, per damunt de tot, oportunitats per refrescar les taules i per prendre consciència de quins resultats ja saben i quins els costen. Per cadascun d'aquests resultats que no dominen és molt important que els infants:

- Busquin un altre resultat que sí tenen memoritzat a partir del qual poden fer deduccions.
- Tinguin l'oportunitat de valorar que la quantitat d'aquests resultats "que no saben" va minvant al llarg del curs, a mesura que aprenen.

A llarg termini, hem de mantenir el costum de practicar amb els resultats de les taules, tot proposant reptes de manera periòdica. En aquest cas, també podem triar el context d'una activitat curta a l'inici d'una sessió qualsevol. Hi ha moltes tasques per proposar. Alguns exemples són:

- Pinta les cel·les de la Graella Multiplicativa on apareix un 5.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

- Quant sumen els resultats amb els que s'omple aquesta graella?

x	6	7	8	9
1				
2				
3				
4				

- Col·loca les targetes en les cel·les. Totes les situacions tenen solució? Més enllà de l'ordre dels factors, pot haver-hi més d'1 solució?

$$\square \times \square = \square \square$$

2 3 4 8

$$\square \times \square = \square \square$$

2 4 7 8

$$\square \times \square = \square \square$$

2 4 6 7

$$\square \times \square = \square \square$$

2 6 7 8

O també podem triar tasques de més recorregut, per exemple:

- Omple cada cel·la amb un dígit de manera que, com més gran sigui la cel·la, més gran ha de ser el dígit que s'hi escriu. De quantes maneres diferents es pot fer?

$$\square \times \square = \square \square$$

- Omple les cel·les acolorides d'aquesta Graella Multiplicativa. Què hi observes?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

- Acoloreix 5 cel·les consecutives de la graella (en vertical, horitzontal o diagonal), omple-les i suma-les. Fes-ho com a mínim 3 vegades, triant cel·les en diferents zones de la graella. Què hi observes?

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

$\square + \square + \square + \square + \square = \text{---}$

$\square + \square + \square + \square + \square = \text{---}$

$\square + \square + \square + \square + \square = \text{---}$

© 2019 per Innovamat Education, S.L.
Avinguda de la Generalitat, 216
08174 Sant Cugat del Vallès, Barcelona

Reservats tots els drets a favor de l'editor de l'obra. El contingut i les imatges d'aquesta publicació no podran ser reproduïts total o parcialment, transmesos, tractats (informàticament o qualsevol altre sistema), llogats, cedits o explotats sense permís previ i per escrit de Innovamat Education, S.L.